

Úvod do pravděpodobnosti 1

ZS 2025/26, FJFI ČVUT

3. Cvičení

...další úlohy a lékařské testy ...

1. Hra se slepými kostkami

Slepé kostky byla šestice kostek, se kterými hráli jarmareční kejklíři. Byly to obyčejné, šestistěnné kostky, které ale na pěti stěnách neměly žádné čísla. Na šesté stěně měla první kostka jedničku, druhá dvojku a tak dále. Součet těchto čísel byl tedy 21. Kejklíři, kteří chtěli obehřát návštěvníky jarmarku, vyložili na stůl tyto kostky spolu s tabulkou, na které byla pro každé číslo od 1 do 21 uvedena výhra, kterou hráč získá, pokud vsadí 1 halěr, hodí všech šest kostek najednou a padne tento součet. Pokud nepadlo žádné číslo, o vklad přišel.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	4	5	12	45	90.

Kolik je průměrná hodnota výhry, pokud jste vsadili na číslo 21? 4? 14? Jak by se musel změnit hodnota výhry, aby hra byla v těchto případech spravedlivá? Na které číslo je nejméně nevýhodné vsadit?

2. Zkontrolujte pravdivost následujícího tvrzení: Pravděpodobnost, že ve skupině 23 lidí mají alespoň dva z nich narozeniny ve stejný den, je větší než jedna polovina.

3. Lékařské testy:

Senzitivita (citlivost) testu: Pravděpodobnost, že test je pozitivní v případě nemocné osoby.

Specifická testu: Pravděpodobnost, že test je negativní v případě zdravé osoby.

Pro nemoc rakoviny prsu a testovací metody mamografu uvažujte senzitivitu 90% a specifitu 95%.

Odhaduje se, že mezi ženami ve věku 50let trpí rakovinou prsu 1.5% populace. Jaká je pravděpodobnost, že 50ti letá žena s pozitivním mamografickým vyšetřením opravdu trpí rakovinou prsu? Výsledek nejprve odhadněte a pak teprve spočítejte.

Ve věku 40let trpí rakovinou prsu odhadem 0.5% žen. Jaká je v tomto případě pravděpodobnost, že 40ti letá žena s pozitivním testem opravdu trpí rakovinou prsu?

Je možné, aby při testu se stejnou senzitivitou a specifikou jako mamografie byla jen jednoprocenní pravděpodobnost, že pacient s pozitivním výsledkem je opravdu nemocný?

Uvádí se, že výskyt zhoubných nádorů ústní dutiny je třikrát větší mezi alkoholiky než ve zbytku populace. Představme si pro jednoduchost populaci, která je z 10% tvořena alkoholiky. Jaká je pravděpodobnost, že osoba trpící zhoubným nádorem ústní dutiny, je alkoholik? Závisí tato hodnota na četnosti nádorů ústní dutiny v populaci?