

Úvod do pravděpodobnosti 1

ZS 2025/26, FJFI ČVUT

2. Cvičení

Další jednoduché úlohy, podmíněná pravděpodobnost...

- Najděte pravděpodobnosti
 - výhry prvního pořadí v jednom tahu Sportky (uhodnutí 6 čísel z 49),
 - 24 líců ve 24 hodech mincí,
 - obdržení jen vysokých karet (10, J, Q, K, A) v bridži (rozdává se 13 karet z 52),
 - při hodu 3 kostkami padne dvě či více stejných čísel.
- Ve městě, které má milion obyvatel, se náhodně potkají dva lidé, kteří se neznají. Jaká je pravděpodobnost, že mají společného známého? Předpokládejme, že každý z nich má ve městě 500 známých.
- Tříčlenná porota má dva členy, kteří nezávisle na sobě hlasují pro správný návrh s pravděpodobností p , a třetího člena, který si při každém rozhodnutí hází mincí. Návrh je přijat, pokud pro něj hlasuje většina porotců.

Zodpovědná jednočlenná porota udělá správné rozhodnutí s pravděpodobností p . Má tato tříčlenná porota větší šanci správného rozhodnutí?
- Dva korektoři četli nezávisle na sobě stejný text. První z nich objevil celkem a tiskových chyb, druhý celkem b tiskových chyb, z nichž c objevil také první korektor. Odhadněte, kolik neodhalených chyb v rukopisu ještě zůstalo.
- Skříňka má tři zásuvky, v každé z nich jsou dvě mince, a to tak, že v jedné zásuvce jsou dvě zlaté, v další zlatá a stříbrná a ve zbývající zásuvce jsou dvě stříbrné mince.

Náhodně otevřeme jednu zásuvku, náhodně z ní vybereme minci: je stříbrná. Jaká je nyní pravděpodobnost, že v otevřené zásuvce zůstala zlatá mince?
- Deset lovců potkalo deset bažantů. Každý lovec si náhodně (bez ohledu na ostatní lovce) vybral jednoho bažanta a vystřelil na něj. Předpokládejme, že všichni lovci jsou stejně dobří, přitom pravděpodobnost, že zasáhnou bažanta, je p . Jaký je střední počet bažantů, kteří přežijí?
- Lístky do jedné řady v divadle si koupilo 8 mužů a 7 žen. Jaký je střední počet smíšených párů na sousedních místech? Například v posloupnosti MMŽŽMMŽMŽMŽMMŽŽ lze najít 9 takových párů.
- Házíme dvěma pravidelnými kostkami.
 - Jaká je pravděpodobnost, že padla šestka, za podmínky, že celkový součet je 8?
 - Jsou jevy [padla šestka] a [celkový součet je 8] nezávislé?
- Házíme dvěma pravidelnými kostkami - modrou a zelenou. Označme jevy A = [na modré kostce padlo sudé číslo], B = [na zelené kostce padlo liché číslo], C = [součet čísel je liché]. Jsou náhodné jevy A, B, C po dvou nezávislé? Jsou jevy A, B, C nezávislé?

10. Házíme dvěma hracími kostkami najednou, dokud nepadne součet 5 nebo součet 7 (na obou kostkách dohromady). S jakou pravděpodobností padne dříve součet 5 než součet 7?
11. Ve třídě je 70% chlapců a 30% dívek. Dlouhé vlasy má 10% chlapců a 80% dívek.
 - (a) Jaká je pravděpodobnost, že má náhodně vybraná osoba dlouhé vlasy?
 - (b) Vybraná osoba má dlouhé vlasy. Jaká je pravděpodobnost, že je to dívka?
12. Z pošty doručené na server je 80% spamu. Spamový filtr úspěšně rozpozná 90% všech spamů, ale zároveň 15% korektní pošty je označeno jako spam.
 - (a) Jaká je pravděpodobnost, že email smazaný filtrem jste si chtěli přečíst?
 - (b) Jaké je procento spamu ve vaší schránce?
13. Tři lovci vystřelili současně na divokého kance, který byl jednou střelou trefen. Určete pravděpodobnost toho, že kance zastřelil první, druhý nebo třetí střelec, jsou-li pravděpodobnosti zásahu jednotlivých střelců po řadě rovny 0.2, 0.4 a 0.6.