

7. Cvičení

Počítačové simulace

1. Náhodná procházka:

- (a) Vygenerujte jednu trajektorii symetrické náhodné procházky $(S_n)_n$ na $\mathbb{Z}$ se startem v počátku o $N = 50$ krocích.
- (b) Opakováním (a) zkuste aproximovat rozdělení S_1 , S_{10} , a S_{50} .
- (c) Aproximujte rozdělení $\max\{S_1, \dots, S_{50}\}$ a $\max\{|S_1|, \dots, |S_{50}|\}$.

2. Náhodná procházka v $\mathbb{Z}^n$:

- (a) “Určete” empiricky střední hodnotu času návratu do počátku symetrické náhodné procházky a pravděpodobnost návratu náhodné procházky do počátku v $\mathbb{Z}$,
- (b) v $\mathbb{Z}^2$,
- (c) v $\mathbb{Z}^3$.

Dokažte následující tvrzení použitá v 6. kapitole přednášky:

- 1. Pokud je $X = (X_n)_{n=0}^\infty$ nerozložitelný tranzitní Markovův řetězec s maticí pravděpodobností přechodu P , pak $P_{i,j}^n \rightarrow 0$ pro $n \rightarrow \infty$ a všechna $i, j \in \mathbb{S}$.
- 2. Pokud je $X = (X_n)_{n=0}^\infty$ nerozložitelný a aperiodický Markovův řetězec s maticí pravděpodobností přechodu P , pak pro každou dvojici $i, j \in \mathbb{S}$ existuje $n_0 > 0$ tak, že $P_{i,j}^n > 0$ pro $n \geq n_0$.
- 3. A obráceně, pokud pro každou dvojici $i, j \in \mathbb{S}$ existuje $n_0 > 0$ tak, že $P_{i,j}^n > 0$ pro $n \geq n_0$, tak je $X = (X_n)_{n=0}^\infty$ nerozložitelný a aperiodický Markovův řetězec.
- 4. Pokud je $X = (X_n)_{n=0}^\infty$ nerozložitelný pozitivně rekurentní Markovův řetězec, $b \in \mathbb{S}$ a $T = \inf\{n \geq 1 : X_n = b\}$ je čas prvního příchodu do b , pak $\mathbb{P}(T < \infty) = 1$.