

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla
Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

Umí počítač počítat?

Adam Blažek

PLNOC

7. října 2022

Úvod

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla

Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

- Počítač je původně nástroj k počítání
- Dnes využíván pro řadu dalších věcí, ale vše založeno na počítání

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla

Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

Sekce 1

Jak počítač počítá?

Dvojková soustava

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla

Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

- $22107_{10} = 2 \cdot 10000 + 2 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 7 \cdot 1$
- $101110_2 = 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 22$

Na velikosti záleží

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla

Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

- Počítač má omezenou paměť
- Analogie v desítkové soustavě: $0000 \rightarrow 0001 \rightarrow 0002 \rightarrow \dots \rightarrow 9998 \rightarrow 9999 \rightarrow 0000 \rightarrow 0001 \rightarrow \dots$
- Na čísla v počítači se většinou využívá 8/16/32/64 bitů
- Jsou i neomezená čísla, ale počítá se s nimi pomaleji, proto se tolik nepoužívají
- V roce 2000 téměř zkolabovaly systémy, které nepočítaly s novým stoletím
- Podobný problém může nastat v roce 2038, kdy přeteče čas od roku 1970 uložený v sekundách v 32-bitovém čísle

Reálná čísla

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla
Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

- Naprostou většinu reálných čísel nejde reprezentovat přesně
- Ale to nevadí, protože v přírodě se stejně přesná čísla nevyskytují
- $\frac{1}{3} \approx 0.333333$
- $3 \cdot 0.333333 = 0.999999 \neq 1$

Plovoucí desetinná čárka

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla
Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

- V desítkové soustavě tzv. „vědecký zápis“
- $299792458 \approx 2.998 \times 10^8$
- $299792458 \approx 1.001_2 \times 2^{28}$
- V počítači uložíme znaménko, několik číslic za desetinnou čárkou a exponent
- Stejně jako $\frac{1}{3}$ nejde reprezentovat přesně v desítkové soustavě, $\frac{1}{10}$ nejde reprezentovat přesně ve dvojkové soustavě $\Rightarrow 0.1 + 0.2 = 0.300000000000000004$

Nereálná čísla

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla

Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

- $0 \cdot (-4) = -0$
- $-0 = 0$
- $2 \cdot 10^{308} = \infty$
- $\frac{1}{0} = \infty$
- $\frac{1}{\infty} = 0$
- $\frac{1}{-\infty} = -0$
- $\frac{0}{0} = \text{NaN}$
- $\text{NaN} \neq \text{NaN}$

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla
Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

Sekce 2

Přesnost aproximací

Reklama

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla
Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

Převzato z prezentace prof. Ing. Edity Pelantové, CSc.
„Můžeme věřit své vlastní kalkulačce?“

Otce právě narozeného syna, pana Nešetřila, upoutá reklama ve výloze banky se sloganem „Iracionálně ke štěstí“. Banka nabízí rodičům, aby založili pro narozené dítě účet, na který vloží e korun, tedy iracionální částku. Banka slibuje, že po každém roce odečte z účtu jednu korunu jako poplatek za vedení účtu a vynásobí zbytek počtem let od založení účtu. V den 25. narozenin banka dítěti vyplatí jmění, které pro ně rodiče našetřili.

$$p_0 = e, p_n = (p_{n-1} - 1) \cdot n$$

$$e \approx 2.718281828459045$$

Různé odpovědi

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla

Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

- *na kalkulačce mobilu značky Motorola:*
 $p_{25} \approx 2.39 \times 10^{16}$
- *na kalkulačce v příslušenství ve Windows:*
 $p_{25} \approx -3.65 \times 10^9$
- Python: $p_{25} \approx -2.24 \times 10^9$
- Kalkulačka na telefonu Realme: $p_{25} \approx 1.04$

Správná odpověď

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla

Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

$$p_0 = e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$$

$$p_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots$$

$$p_2 = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} + \dots$$

⋮

$$p_{25} = 1 + \frac{1}{26} + \frac{1}{26 \cdot 27} + \frac{1}{26 \cdot 27 \cdot 28} + \dots \approx 1.04$$

Kalkulačka na telefonu měla správný výsledek na minimálně 14 platných číslic!

Vysvětlení

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla
Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

- Důvodem nepřesnosti je extrémní citlivost funkce na malé výchyly kolem bodu e
- Pokud by pan Nešetřil nešetřil a vložil jen o miliardtinu koruny víc, vydělal by přes 10^{16} korun
- Naopak kdyby vložil jen o miliardtinu koruny méně, dlužil by bance přes 10^{16} korun

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla
Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

Sekce 3

Chyby mezi klávesnicí a židlí

Citát

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla
Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

On two occasions I have been asked, — “Pray, Mr. Babbage, if you put into the machine wrong figures, will the right answers come out?” In one case a member of the Upper, and in the other a member of the Lower, House put this question. I am not able rightly to apprehend the kind of confusion of ideas that could provoke such a question.

— Charles Babbage („vynálezce“ počítače)

Jednotky

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla
Reálná čísla

Přesnost
aproximací
Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

- V roce 1999 se rozbila sonda na Mars za 125 milionů dolarů, protože konstruktéři poskytli data v tradičních amerických jednotkách a navigátoři předpokládali, že jde o metrické jednotky
- Poučení: Při práci s rozměrovými veličinami vždy uvádějte jednotky!

Děkuji za pozornost

Umí počítač
počítat?

Adam Blažek

Jak počítač
počítá?

Celá čísla

Reálná čísla

Přesnost
aproximací

Reklama

Chyby mezi
klávesnicí a
židlí

Děkuji za pozornost