6. cvičení - Lineární geometrie

Jsou-li lineární variety zadány v prostorech $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$, dělejte si náčrty situací!

Různé zápisy lineárních variet

POZOR! Ve výsledcích je vždy uvedena jen jedna z možností. Je na vás, abyste ověřili, že váš výsledek popisuje stejnou lineární varietu.

1. Nechť $W \subset \mathbb{R}^2$, kde
$$W = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + [\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}]_\lambda.$$
Napište směrovou rovnici W, parametrické rovnice W, normálovou (neparametrickou) rovnici W a zapište W ve tvaru afinního obalu.

   Řešení popořadě:
$$W \equiv \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix},\ t \in \mathbb{R}$$
$$W \equiv \begin{array}{rcl} x & = & 1 + 3t, \\ y & = & 1 + 4t, \end{array} \quad t \in \mathbb{R}$$
$$W \equiv \ 4x \ - \ 3y \ = \ 1$$
$$W = [\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}]_\alpha$$

2. Nechť $W \subset \mathbb{R}^2$, kde
$$W = [\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}]_\alpha.$$
Napište parametrické rovnice W.

   Řešení:
$$W \equiv \begin{array}{rcl} x & = & 2 - 3t, \\ y & = & 1 + 2t, \end{array} \quad t \in \mathbb{R}.$$

3. Nechť $W \subset \mathbb{R}^2$, kde
$$W \equiv y = 2.$$
Napište parametrické rovnice W.

   Řešení:
$$W \equiv \begin{array}{rcl} x & = & t, \\ y & = & 2, \end{array} \quad t \in \mathbb{R}.$$

4. Nechť $W \subset \mathbb{R}^3$, kde
$$W \equiv \begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & - & 2z & = & 1, \\ 2x & + & 3y & - & z & = & -2. \end{array}$$
Najděte parametrické rovnice W.

   Řešení:
$$W \equiv \begin{array}{rcr} x & = & 3 - 7t, \\ y & = & -2 + 3t, \\ z & = & 2 - 5t, \end{array} \quad t \in \mathbb{R}.$$

5. Nechť $W \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W = [\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}]_\alpha.$$

Napište parametrické rovnice W.

Řešení:

$$W \equiv \begin{array}{rcrcrcr} x & = & 1 & + & t & - & r, \\ y & = & -1 & + & 4t & + & 2r, \\ z & = & & & t & + & 2r, \end{array} \quad t,\ r \in \mathbb{R}.$$

6. Nechť $W \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W \equiv \begin{array}{rcrcr} x & = & 1 & - & t, \\ y & = & 2 & + & 3t, \\ z & = & & & 2t, \end{array} \quad t \in \mathbb{R}.$$

Najděte neparametrické rovnice W.

Řešení:

$$W \equiv \begin{array}{rcrcrcr} 2x & & & + & z & = & 2, \\ 3x & + & y & & & = & 5. \end{array}$$

7. Nechť $W \subset \mathbb{R}^4$, kde

$$W \equiv 2x - 3y = -4.$$

Najděte parametrické rovnice W.

Řešení:

$$W \equiv \begin{array}{rcrcccr} x & = & -2 & & & + & 3s \\ y & = & & & & & 2s \\ z & = & & & r & & \\ u & = & & t & & & \end{array} \quad t,\ r,\ s \in \mathbb{R}.$$

8. Zjistěte, zda následující body z $\mathbb{R}^4$ leží v jedné přímce nebo v jedné rovině.

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Návod: Uvědomte si, že nejmenší lineární varieta, která body obsahuje, je jejich afinní obal.

Řešení: Body neleží ani v přímce ani v rovině.

Průnik a vzájemná poloha lineárních variet

Rozmyslete si, jaké všechny případy mohou pro lineární variety v $\mathbb{R}^2$ a $\mathbb{R}^3$ nastat. To vám pomůže i při kontrole výsledků. Například zjistíte-li, že dvě přímky jsou rovnoběžné a v jejich průniku leží jediný bod, hned víte, že jste někde udělali chybu!

Ve všech příkladech zní zadání stejně: Určete vzájemnou polohu a najděte průnik lineárních variet W_1 a W_2.

Přímky v $\mathbb{R}^2$

1. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^2$, kde

$$W_1 \equiv \begin{array}{rcrcr} x & = & 1 & + & t, \\ y & = & -1 & + & 2t, \end{array} \quad t \in \mathbb{R}, \qquad W_2 \equiv -2x + y = 3.$$

   Řešení: W_1 a W_2 rovnoběžné a $W_1 \cap W_2 = \emptyset$.

2. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^2$, kde

$$W_1 \equiv \begin{array}{rcrcr} x & = & 1 & + & t, \\ y & = & -1 & + & 2t, \end{array} \quad t \in \mathbb{R}, \qquad W_2 \equiv -2x + y = -3.$$

   Řešení: W_1 a W_2 rovnoběžné a $W_1 \cap W_2 = W_1 = W_2$.

3. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^2$, kde

$$W_1 \equiv x + y = 1, \qquad W_2 \equiv x - y = 3.$$

   Řešení: W_1 a W_2 různoběžné a $W_1 \cap W_2 = \{\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}\}$.

Přímky v $\mathbb{R}^3$

1. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv \begin{array}{rcrcr} x & = & -2 & + & 3t, \\ y & = & & & 2t, \\ z & = & & & t, \end{array} \quad t \in \mathbb{R}, \qquad W_2 = [\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}]_\alpha.$$

   Řešení: W_1 a W_2 mimoběžné.

2. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv \begin{array}{lcl} x + y + z & = & 1, \\ x - y & = & 2, \end{array} \qquad W_2 \equiv \begin{array}{rrcrcr} 2x & & + & z & = & 3, \\ & 2y & + & z & = & 1. \end{array}$$

   Řešení: W_1 a W_2 rovnoběžné a $W_1 \cap W_2 = \emptyset$.

3. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 = [\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}]_\alpha, \qquad W_2 = [\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}]_\alpha.$$

   Řešení: W_1 a W_2 různoběžné a $W_1 \cap W_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$.

Přímka a rovina v $\mathbb{R}^3$

1. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \qquad W_2 \equiv \begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 3y & - & z & = & -2, \\ 2x & - & y & & & = & 2. \end{array}$$

   Řešení: W_1 a W_2 různoběžné a $W_1 \cap W_2 = \left\{ \frac{1}{17} \begin{pmatrix} 9 \\ -16 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$.

2. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \qquad W_2 = [\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}]_\alpha.$$

   Řešení: W_1 a W_2 rovnoběžné a $W_1 \cap W_2 = \emptyset$.

3. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \qquad W_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + [\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}]_\lambda.$$

   Řešení: W_1 a W_2 rovnoběžné a $W_1 \cap W_2 = W_2$.

Roviny v $\mathbb{R}^3$

1. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \qquad W_2 \equiv \begin{array}{rcl} x & = & 1 + 3t + s, \\ y & = & 1 + t - s, \\ z & = & 1 + t + s, \end{array} \quad t, s \in \mathbb{R}.$$

   Řešení: W_1 a W_2 rovnoběžné a $W_1 \cap W_2 = \emptyset$.

2. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \qquad W_2 \equiv \begin{array}{rcrcrcl} x & = & 1 & + & 3t & + & s, \\ y & = & & & t & - & s, \\ z & = & & & t & + & s, \end{array} \quad t, s \in \mathbb{R}.$$

   Řešení: W_1 a W_2 rovnoběžné a $W_1 \cap W_2 = W_1 = W_2$.

3. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \qquad W_2 \equiv 2x - y = 2.$$

   Řešení: W_1 a W_2 různoběžné a $W_1 \cap W_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + [\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}]_\lambda$.

4. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv 2x + 3y + 4z = 2, \qquad W_2 \equiv \begin{array}{rcrcrcrl} x & = & 1 & + & t, & & & \\ y & = & 4 & - & 2t & - & 4s, & t, s \in \mathbb{R}. \\ z & = & -3 & + & t & + & 3s, & \end{array}$$

Řešení: W_1 a W_2 rovnoběžné a $W_1 \cap W_2 = W_1 = W_2$.

Průnik a vzájemná poloha lineárních variet v $\mathbb{R}^4$

1. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^4$, kde

$$W_1 \equiv \begin{array}{rcrcrcrcr} -x & + & 5y & + & z & - & 4u & = & 1, \\ x & + & y & + & z & - & 2u & = & 2, \end{array} \qquad W_2 = [\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}]_\alpha.$$

Řešení: W_1 a W_2 jsou rovnoběžné roviny a $W_1 \cap W_2 = \emptyset$.

2. Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^4$, kde

$$W_1 \equiv \begin{array}{rcrcrcrcr} 2x & - & y & + & 3z & - & u & = & 1, \\ x & + & 2y & - & z & + & u & = & 2, \end{array} \qquad W_2 = [\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}]_\alpha.$$

Pro jaké $\beta \in \mathbb{R}$ jsou lineární variety W_1 a W_2

(a) rovnoběžné,

(b) různoběžné?

Řešení: W_1 a W_2 rovnoběžné pro $\beta = -1$ a nejsou různoběžné pro žádné β.

Různé příklady

1. Nechť W_1, W_2, W_3 jsou lineární variety v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$ zadané následovně:

$$W_1 = [\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}]_\lambda, \qquad W_2 \equiv \begin{array}{rcrcrcr} x & = & 1 & + & t & - & s \\ y & = & 1 & + & t & - & s \\ z & = & 1 & + & t & - & s \\ u & = & 1 & + & t & - & s \end{array},$$

$$W_3 \equiv \begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & & & = & 1 \\ x & & & - & z & = & 2 \end{array}$$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte vzájemnou polohu W_1 a W_2 a průnik $W_1 \cap W_3$.

2. Nechť W_1, W_2, W_3 jsou lineární variety v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$ zadané následovně:

W_1 je nejmenší lineární varieta obsahující vektory $\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $W_2 \equiv \begin{array}{rcrcrcr} x & = & 1 & + & t & - & 2s \\ y & = & 1 & + & t & - & s \\ z & = & 1 & + & t & - & s \\ u & = & 1 & + & t & - & s \end{array}$,

$$W_3 \equiv \begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & & & = & 0 \\ x & & & - & z & = & 0 \end{array}$$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte vzájemnou polohu W_1 a W_2 a průnik $W_1 \cap W_2 \cap W_3$.

3. Nechť jsou dány lineární variety W_1, W_2 v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$:

$$W_1 = [\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\3\\3\\3\end{pmatrix}]_\alpha, \qquad W_2 \equiv \begin{array}{ccccccccc} x & = & 1 & + & t & + & s & + & r \\ y & = & 0 & - & t & & & & \\ z & = & 0 & + & t & + & s & & \\ u & = & 0 & - & t & + & s & + & r \end{array}.$$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte jejich vzájemnou polohu a průnik.

4. Nechť jsou dány lineární variety W_1, W_2 v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$:

$$W_1 = [\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}]_\alpha, \qquad W_2 \equiv \begin{array}{ccccccccc} x & = & 2 & + & t & + & s & + & r \\ y & = & 0 & - & t & & & & \\ z & = & 0 & + & t & + & s & & \\ u & = & 0 & - & t & + & s & + & r \end{array}.$$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte parametrické rovnice W_1 a normálové rovnice W_2. Najděte jejich vzájemnou polohu a průnik.

5. Nechť W_1 je nejmenší lineární varieta, která obsahuje vektory $\begin{pmatrix}2\\-2\\4\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}8\\8\\4\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}5\\3\\4\\3\end{pmatrix}$ a

nechť $W_2 \equiv \begin{array}{cccccccccc} & - & 2y & + & z & - & u & = & 1 \\ x & + & y & & & & & = & 0 \\ x & - & y & + & z & - & u & = & 1 \end{array}.$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte vzájemnou polohu a průnik W_1 a W_2.

6. Nechť W_1, W_2 jsou lineární variety v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$ zadané následovně:

W_1 je nejmenší lineární varieta obsahující vektory $\begin{pmatrix}-3\\-3\\-3\\-3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\-2\\-2\\-2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\-1\\-1\\-1\end{pmatrix}$, $W_2 \equiv \begin{array}{ccccccc} x & = & 1 & + & t & - & 2s \\ y & = & 1 & + & t & - & s \\ z & = & 1 & + & t & - & s \\ u & = & 1 & + & t & - & s \end{array}.$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte jejich normálové rovnice. Najděte vzájemnou polohu W_1 a W_2 a průnik $W_1 \cap W_2$.

7. Nechť W_1, W_2, W_3 jsou lineární variety v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$ zadané následovně:

$$W_1 = [\begin{pmatrix}2\\2\\2\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}]_\alpha, \qquad W_2 \equiv \begin{array}{ccccccccccc} x & = & 1 & + & t & + & s & + & 2r & + & 3q \\ y & = & & & t & & & + & r & + & q \\ z & = & 1 & + & t & + & s & + & 2r & + & 3q \\ u & = & & & t & & & + & r & + & q \end{array},$$

$W_3 \equiv x - y = 0$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte zaměření W_3. Najděte vzájemnou polohu W_1 a W_3 a průnik $W_2 \cap W_3$.

8. Nechť W_1, W_2 jsou dvě lineární variety v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$ zadané následovně

$$W_1 = \left[\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\1\\2\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\0\\-1\\1\end{pmatrix}\right]_\alpha, \qquad W_2 \equiv \begin{array}{ccccccccc} x & + & 4y & + & 4z & + & u & = & 12 \\ x & - & y & - & z & - & u & = & 0 \end{array}.$$

Najděte směrovou rovnici variety W_2. Rozhodněte, o jaký druh variet se jedná a jakou mají vzájemnou polohu a průnik a spočtěte jejich vzdálenost.

9. Nechť W_1 je nejmenší lineární varieta obsahující vektory $\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$ a $\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$

$W_2 \equiv \begin{array}{rcrcrcr} x & = & 1 & + & t & - & s \\ y & = & -1 & & & & \\ z & = & & & t & + & s \end{array}$ Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte jejich vzájemnou polohu a průnik. Spočtěte jejich vzdálenost.

10. Nechť W_1, W_2 jsou lineární variety v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$ zadané následovně:

$$W_1 = [\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}]_\alpha, \qquad W_2 = [\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}]_\lambda.$$

(a) Najděte normálové (neparametrické) rovnice obou variet.

(b) Určete, o jaké lineární variety se jedná.

(c) Najděte vzájemnou polohu W_1 a W_2.

(d) Najděte průnik $W_1 \cap W_2$.

11. Jsou dány lineární variety

$$W_1 = \begin{pmatrix}-1\\-1\\-1\\-1\end{pmatrix} + [\begin{pmatrix}2\\1\\2\\1\end{pmatrix}]_\lambda, \quad W_2 \equiv \begin{array}{rcrcrcr} x & = & 1 & + & t & & \\ y & = & & & t & & \\ z & = & 1 & - & t & + & s \\ u & = & & & & & s \end{array}, \quad W_3 = [\begin{pmatrix}1\\-1\\1\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}]_\alpha.$$

(a) Určete, o jaké lineární variety se jedná.

(b) Najděte normálové rovnice W_2.

(c) Najděte vzájemnou polohu W_1 a W_2.

(d) Najděte průnik $W_1 \cap W_2 \cap W_3$.

12. Nechť W_1, W_2 jsou lineární variety v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$ zadané následovně: W_1 je nejmenší lineární varieta obsahující vektory $\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0\\1\\1\\0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix}$ a W_2 je dána normálovými rovnicemi $W_2 \equiv \begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 0 \\ x & - & y & & & = & 1. \end{array}$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte normálové rovnice W_1. Určete vzájemnou polohu W_1 a W_2 a průnik $W_1 \cap W_2$.

13. Nechť jsou dány lineární variety W_1, W_2, W_3 v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$:

$$W_1 = [\begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\-1\\2\\-1\end{pmatrix}]_\alpha, \quad W_2 = \begin{pmatrix}1\\1\\1\\1\end{pmatrix} + [\begin{pmatrix}2\\2\\1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\1\\2\\1\end{pmatrix}]_\lambda, \quad W_3 \equiv \begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 1 \\ x & & & & & = & 2 \end{array}.$$

(a) Určete, o jaké lineární variety se jedná.

(b) Najděte normálové rovnice W_1.

(c) Najděte vzájemnou polohu W_2 a W_3.

(d) Najděte průnik $W_1 \cap W_2 \cap W_3$.

14. Nechť jsou dány lineární variety W_1, W_2 v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^4$:

$$W_1 \equiv x + y + z + u = 1\,, \quad W_2 = [\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}]_\alpha$$

(a) Určete, o jaké lineární variety se jedná.

(b) Najděte normálové rovnice W_2.

(c) Najděte vzájemnou polohu W_2 a W_1.

(d) Najděte průnik $W_1 \cap K$, kde $K = [\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}]_\kappa$. Nevíte-li si rady, najděte aspoň průnik $W_1 \cap W_2$.