

Cvičení 3 — Determinizace, minimalizace

verze: 5. listopadu 2025

Potřebné pojmy z teorie

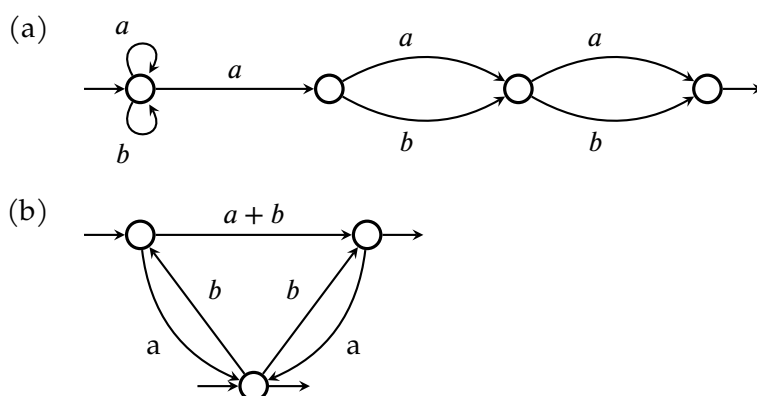
- Deterministický automat. Algoritmus determinizace.
- Minimální automat jazyka. Mooreův algoritmus.

Zápočtové příklady a problémy

Př 1.1 Co můžete říct o sjednocení a kartézském součinu dvou

- užitečných automatů,
- úplných automatů,
- jednoznačných¹ automatů?

Př 1.2 Najděte $\mathcal{A}_{\text{det}}$ pro následující automaty²



Př 1.3 Počet stavů minimálního automatu jazyka $L \in \text{Rec}\Sigma^*$ se někdy nazývá *state complexity* jazyka L ; označme tuto charakteristiku rozeznávaného jazyka $\text{sc}(L)$. Dokažte, že

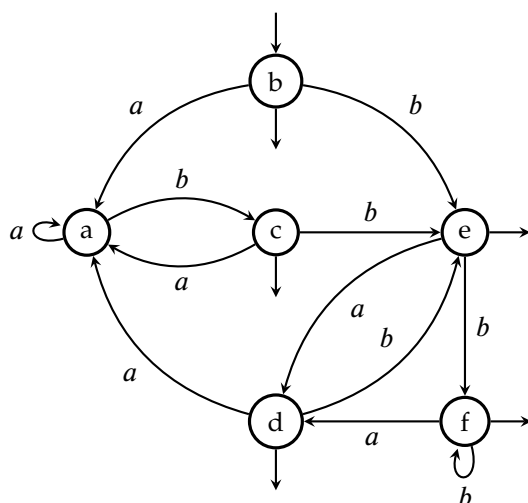
- $\text{sc}(L \cup K) \leq \text{sc}(L) \cdot \text{sc}(K)$,
- $\text{sc}(L \cap K) \leq \text{sc}(L) \cdot \text{sc}(K)$,
- $\text{sc}(LK) \leq (2\text{sc}(L) - 1)2^{\text{sc}(K)-1}$.

¹Automat $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, E, I, T)$ je jednoznačný (unambiguous), pokud splňuje dvě podmínky: (1) pro každou dvojici stavů (p, q) a pro každé slovo $w \in \Sigma^*$ existuje v $\mathcal{A}$ maximálně jeden výpočet $p \xrightarrow{w} q$, (2) pro každé $w \in L(\mathcal{A})$ existují jednoznačně $i \in I$ a $t \in T$ tak, že $i \xrightarrow{w} t$.

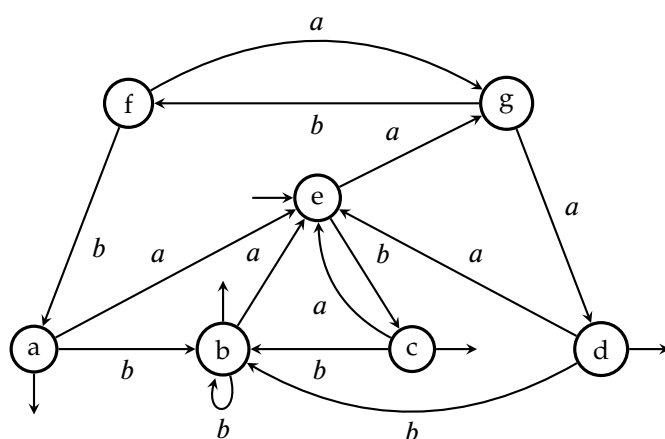
²Jako zápočtovou úlohu stačí vyřešit jednu z podúloh.

Př 1.4 Pro následující automaty najděte³ minimální automat jazyka, který rozeznávají.

(a)



(b)



Další příklady a problémy

Př 1.5 Mějme⁴ automat $\mathcal{C}_n = (\mathbb{Z}_n, \{a, b\}, \delta, \mathbb{Z}_n, \{0\})$, kde

$$\delta(i, a) = i + 1 \pmod{n},$$

$$\delta(i, b) = \begin{cases} i & \text{pro } i \neq 0, \\ \text{ndef} & \text{pro } i = 0. \end{cases}$$

Dokažte, že determinizací automatu $\mathcal{C}_n$ vznikne automat s 2^n dosažitelnými stavy.

Př 1.6 Konečný automat nazveme *kodeterministický*, pokud (1) má jediný koncový stav, (2) pro každý stav s a každé $a \in \Sigma$ do s vede maximálně jeden přechod ohodnocený

³Jako zápočtovou úlohu stačí vyřešit jednu z podúloh.

⁴Připomínáme: $\mathbb{Z}_n$ je okruh zbytkových tříd modulo n , tj. $\mathbb{Z}_n = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$

písmenem a . Alternativní metoda minimalizace konečného automatu je založena na následující větě.

Věta 1 (Brzozowski). *Determinizace kodeterministického kodosazitelného automatu, který rozeznává jazyk L , je minimálním automatem L .*

Demonstrujte tuto metodu na následujícím automatu.

