

Cvičení 1 — Konečné automaty

verze: 5. října 2025

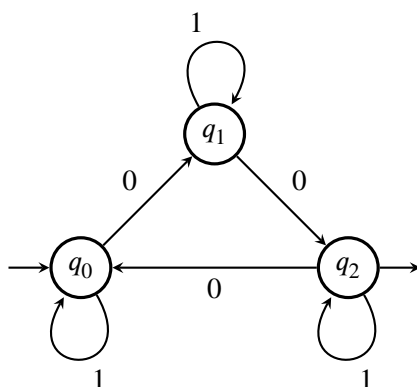
Potřebné pojmy z teorie

- Konečný automat (KA), výpočet KA, jazyk rozeznávaný KA.
- Třída $\text{Rec}(\Sigma^*)$, uzavřenost této třídy na operace.
- Věty o vkládání pro rozeznávané jazyky.

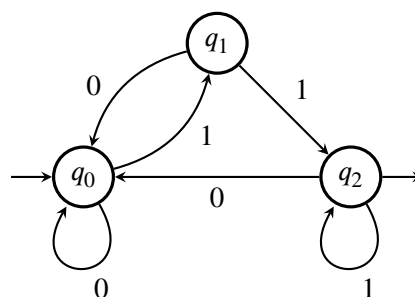
Zápočtové příklady a problémy

Př 1.1 Popište slovy jazyky rozeznávané následujícími KA. Poté se pokuste každý z těchto jazyků popsat také regulárním výrazem.

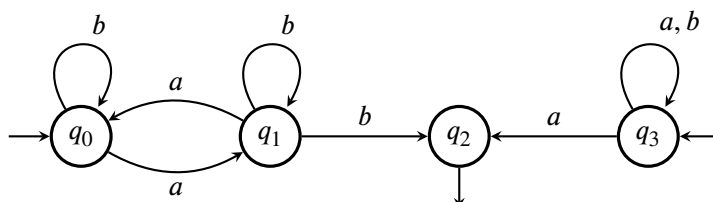
(a)



(b)



(c)



Př 1.2 Navrhněte konečný automat nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$, který přijímá ta slova, která

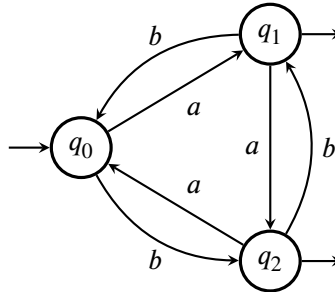
- obsahují počet písmen „a“ dělitelný 2,
- obsahují počet písmen „a“ dělitelný 3,
- obsahují počet písmen „a“ dělitelný 2 nebo 3,
- obsahují počet písmen „a“ dělitelný 2 a zároveň 3,
- obsahují počet písmen „a“ dělitelný 3, ale nedělitelný 2.

Př 1.3 Navrhněte konečný automat nad abecedou $\Sigma = \{a, b\}$, který přijímá ta slova, ve kterých je počet písmen „a“ na sudých pozicích (počítáno od začátku vstupního slova) sudý a počet „a“ na lichých pozicích lichý.

Př 1.4 Dokažte, že jazyk $L = \{a^n b^m \mid m, n \in \mathbb{N}_0, n \leq m\}$ není regulární.

Další příklady a problémy

Př 1.5 Popište slovy jazyk rozeznávaný následujícím KA.



Př 1.6 Navrhněte konečný automat, který přijímá binární reprezentace čísel dělitelných číslem 3.

Př 1.7 Dokažte, že jazyk $L = \{a^n b^m \mid m, n \in \mathbb{N}_0, n \neq m\}$ není regulární.

Př 1.8 Dokažte, že následující jazyky nejsou regulární.

- (a) $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = |w|_b\}$.
- (b) $\text{Pal}(\{a, b\}) = \{w \in \{a, b\}^* \mid w = \bar{w}\}$.

Př 1.9 Nechť $L \in \text{Rec}(\Sigma^*)$. Dokažte, že jazyky

- (a) $L_{\text{odd}} = \{w \in \Sigma^* \mid |w| \text{ je lichá}\}$
- (b) $L_{\text{even}} = \{w \in \Sigma^* \mid |w| \text{ je sudá}\}$

jsou také rozeznávané konečným automatem.