Zápočtové příklady z kvantové fyziky (02KF)

vypočítané příklady doneste společně s indexem k zápočtu

Příklad č. 1
Určete vlnovou délku de Brogliovy vlny elektronu, který byl urychlen průchodem potenciálním rozdílem $U = 100V$.

Příklad č.2
Střední hodnota operátoru, střední kvadratická odchylka operátoru
Pro vlnovou funkci

$$\psi(x) = C \exp(-Ax^2 + Bx)$$

spočtěte $\langle \hat{P} \rangle_\psi$.

Příklad č. 3
Spočtěte následující komutátor: $[\hat{X^2}, \hat{P^2}]$

Příklad č. 4
Uvažujme systém známý jako Heisenbergův mikroskop, který má za úkol měřit polohu a hybnost částic pomocí testovacích fotonů o dané frekvenci. Budeme předpokládat, že elektron se chová jako klasická částice, která letí na obrázku zleva doprava. Ze zákonů optiky odvoďte maximální přesnost mikroskopu pro fotony o vlnové délce λ, kde ϵ je úhel, který svírají paprsky světla po průchodu čočkou. Foton se na elektronu comptonovsky rozptýlí pod nějakým neznámým úhlem. Spočtěte o kolik se může maximálně změnit hybnost fotonu a z toho odvoďte relace neurčitosti pro polohu a hybnost (stačí přibližné výpočty pro malé úhly).

Příklad č. 5
Řešte Schrödingerovu rovnici pro nekonečnou potenciálovou bariéru ve dvou dimenzích. (Tedy budeme mít čtvercovou jámu s potenciálem $V(x, y) = 0$ pro $|x| < a$, $|y| < a$, jinak nekonečno.) Najít vlastní hodnoty energie a vlastní vektory. Může se stát, že jedné energetické hladině bude odpovídat více vlastních vektorů? (tzv. degenerovaný stav)
Pozn.: řešte metodou separace proměnných, tedy předpokládejte, že se vlnová funkce dá napsat jako $\psi(x, y) = \phi(x)\varphi(y)$.

Příklad č. 6
Uvažujme částici v nekonečné jámě popsanou jako superpozici prvních dvou vlastních stavů $\psi_B(x, t) = \sqrt{\frac{1}{2}} (\psi_0(x, t) + \psi_1(x, t))$. Jak vypadá hustota pravděpodobnosti $p(x, t) = |\psi(x, t)|^2$? Spočtěte její explicitní vyjádření.