

Teorie grafů, otázky

1. Lesy a stromy: definice, charakterizační věty. Úloha minimální kostry, Kruskalův algoritmus, počet koster grafu, počet stromů na daném počtu vrcholů.
2. Vrcholová a hranová souvislost: definice. Mengerova věta a její verze, vztah souvislosti grafu s existencí hamiltonovské kružnice. Grafové posloupnosti (skóre grafu), algoritmus pro určení souvislosti komponent grafu.
3. Maximální párování: definice maximálního párování v grafu, rozhodování maximality párování, maximální párování a minimální vrcholové pokrytí, aplikace při tvorbě rozvrhu.
4. Perfektní párování: definice perfektního párování v grafu, existence perfektního párování v bipartitním grafu, existence perfektního párování v obecných grafech.
5. Eulerovské a hamiltonovské grafy: definice eulerovského a hamiltonovského grafu, Eulerovy věty pro cykly a sledy, postačující podmínky pro existenci hamiltonovské kružnice
6. Hranová barevnost: definice, vztah k párování v grafu, Kőnigova věta, optimální obarvení, Vizingova věta
7. Vrcholová barevnost: definice vrcholové barevnosti, Odhady vrcholové barevnosti grafu, kritické grafy, Brooksova věta
8. Planární grafy: definice planárního grafu, vztah planarity a počtu hran, minimální neplanární grafy, Kuratowského věta, vrcholová barevnost planárního grafu.
9. Spektrum adjacenční matice grafu: definice adjacenční matice, základní vlastnosti jejího spektra, vztah spektrálního k některým charakteristikám grafu, spektrum regulárního a bipartitního grafu
10. Toky v sítích: definice sítě, maximálního toku a řezu v síti, rozhodování maximality toku (Fordova–Fulkersonova věta), aplikace booleovských toků v teorii grafů

Teorie čísel zkoušející, doc. Ing. Zuzana Masáková, Ph.D. a prof. Ing. Edita Pelantová, CSc.

1. Aproximace reálných čísel zlomky, Fareyovy a řetězové zlomky, Hurwitzova věta, řetězový zlomek kvadratického čísla, řetězový zlomek čísla e .
2. Transcendence, Liouvilleova čísla.
3. Diofantické rovnice, lineární diofantické rovnice, existence a struktura řešení Pellovy rovnice, kvadratická rezidua, součet dvou a čtyř čtverců.
4. Algebraická a algebraická celá čísla, vlastnosti minimálního polynomu, vlastnosti množiny algebraických čísel.
5. Číselná tělesa $\mathbb{Q}(\alpha)$, isomorfismy mezi tělesy $\mathbb{Q}(\alpha)$, rozkladové těleso polynomu, Galoisovy automorfismy, sdružené kořeny algebraického čísla, tělesový polynom, norma, stopa.
6. Okruh celých čísel v číselném tělese, jeho integrální báze, diskriminant souboru čísel, diskriminant tělesa.
7. Dělitelnost v oborech integrity, jednotky (Dirichletova věta), ireducibilní prvek, prvočíslo, okruhy jednoznačné faktorizace, okruhy hlavních ideálů, eukleidovské okruhy.
8. Kvadratická tělesa a jejich okruhy celých čísel, integrální báze, jednotky v reálných a imaginárních kvadratických tělesech, hledání fundamentální jednotky, jednoznačnost faktorizace, Gaussova celá čísla.
9. Cyklotomické polynomy, cyklotomická tělesa, integrální báze jejich okruhu celých čísel, konstruovatelnost pomocí pravítka a kružítka.
10. Číselné soustavy s neceločíselnou bází β , Pisotova čísla, periodické β -rozvoje. Příklad komplexní báze.

Otázky k SZZ z předmětu Zpracování a rozpoznávání obrazu (ZPR) – platí pro všechny obory

1. Konvoluce a Fourierova transformace ve spojitě a diskrétní doméně
2. Vzorkovací teorém a Nyquistovy nerovnosti
3. Rekonstrukce spojitého signálu za vzorků, interpolace
4. Kvantování spojitých veličin, kvantizační šum, vektorová kvantizace
5. Histogram a jeho transformace (ekvalizace, zvýšení kontrastu), barva v obraze
6. Modely šumu v obraze, aditivní bílý šum, měření zašumění, SNR
7. Metody na potlačení šumu (konvoluční filtry, frekvenční filtr, medián, NLM, wavelety)
8. Detekce hran v obraze (derivační metody, frekvenční oblast, Hough transform)
9. Inverzní a Wienerův filtr
10. Základní typy rozmazání obrazu, jejich modelování a odhady
11. Geometrická registrace (matching) obrazů – základní principy
12. Obrazová a fázová korelace
13. Transformační modely pro registraci obrazů
14. Segmentace obrazu (prahování, Otsu alg., region growing)
15. Fourierovy deskriptory a příbuzné příznaky
16. Klasifikátory s učením - NN-klasifikátor, lineární klasifikátor, SVM klasifikátory,
17. Bayesův klasifikátor pro normálně rozložené třídy
18. Shluková analýza v prostoru příznaků - iterační metody, Wardovo kritérium
19. Shluková analýza v prostoru příznaků – hierarchické metody, volba počtu shluků
20. Redukce dimenzionality příznakového prostoru - metoda hlavních komponent
21. Výběr příznaků - míry separability, optimální a suboptimální metody pro problém dvou tříd
22. Momenty obrazu – geometrické, komplexní, ortogonální
23. Momentové invarianty vzhledem k otáčení a změně měřítka
24. Normalizace pomocí momentů

Algebra a její aplikace

1. Rozkladová tělesa polynomů a klasifikace konečných těles.
Kořenové nadtěleso, jeho existence a jednoznačnost, rozkladové nadtěleso, jeho existence a jednoznačnost, algebraicky uzavřené těleso, rozklad polynomu v algebraicky uzavřeném tělese, algebraický uzávěr, jeho existence a jednoznačnost. Konečná tělesa, počet jejich prvků a klasifikace.
2. Metody pro faktorizaci polynomů.
Bezčtvercová faktorizace nad tělesem char. 0 a nad konečným tělesem, faktorizace nad konečným tělesem – Berlekampův algoritmus, průběh faktorizace nad celými čísly – Henselovo zdvihání a kombinace faktorů, faktorizace více proměnných – Kroneckerův algoritmus.
3. Okruhy polynomů několika proměnných, symetrické polynomy.
Definice okruhu polynomů několika proměnných, posloupnosti ideálů, Hilbertova věta o bázi, symetrické polynomy, elementární symetrické polynomy, fundamentální věta o symetrických polynomech.
4. Gröbnerovy báze, Buchbergerův algoritmus, radikály.
Uspořádání termů v okruzích polynomů několika proměnných, přepisování a jeho vlastnosti, definice Gröbnerovy báze, kritický pár, Buchbergerova věta a algoritmus, redukovaná báze, její existence a jednoznačnost.
5. Hilbertova věta o nulách, vztahy okruhů a variet, Krullova dimenze.
Radikály v okruhu polynomů několika proměnných, Hilbertova věta o nulách a její důsledek, řešení soustav algebraických rovnic.
6. Galoisova teorie, Galoisovo rozšíření, Galoisova grupa a korespondence.
Galoisova grupa, separabilní rozšíření, jednoduchá rozšíření, fixované podtěleso, normální rozšíření, Galoisova korespondence – abstraktní a pro Galoisova rozšíření.
7. Perronovo lemma, rozložitelnost nezáporných matic, Perronova-Frobeniova věta, vlastní vektor ke spektrálnímu poloměru pro rozložitelné matice, Birkhoffova věta pro dvojité stochastické matice.
8. Definice grafu matice, rozložitelnost matice versus silná souvislost jejího grafu, algoritmus na určení rozložitelnosti matice.
9. Definice tenzorového součinu matic, jeho chování vzhledem k unárním a binárním maticovým operacím, spektrum tenzorového součinu, aplikace na řešení lineárních maticových rovnic.
10. Definice podobnosti dvou matic, vztah vlastních čísel a vektorů podobných matic, Jordanův tvar matice v algebraicky uzavřených tělesech, algoritmus pro jeho nalezení, důsledky pro kanonický tvar reálných a racionálních matic.

Jazyky a automaty — otázky ke SZZ

1 Konečné automaty

- (a) Definice konečného automatu a třídy $\text{Rec } A^*$.
- (b) Uzávěrové vlastnosti třídy $\text{Rec } A^*$.
- (c) Užitečný (trim) automat a jeho využití.

2 Rozhodování regularity jazyka

- (a) Uzavřenost třídy $\text{Rec } A^*$ na levý kvocient a (základní) nutná podmínka rezeznatelnosti jazyka.
- (b) Věty o vkládání pro rozeznávané jazyky – znění a hierarchie.
- (c) Věta Ehrenfeucht-Parikh-Rosenberg.

3 Kleenova věta

- (a) Definice tříd $\text{Rec } A^*$ a $\text{Reg } A^*$.
- (b) Kleenova věta.
- (c) Princip důkazu Kleenovy věty s důrazem na směr $\text{reg. výraz} \rightarrow \text{automat}$.

4 Deterministické konečné automaty

- (a) Definice deterministického konečného automatu (DKA).
- (b) Algoritmus determinizace.
- (c) Použití DKA.

5 Minimální automat

- (a) Nerodeova ekvivalence R_L a ekvivalence R_A .
- (b) Myhillova-Nerodeova věta a algoritmus minimalizace.
- (c) Mooreův algoritmus konstrukce minimálního automatu.

6 Bezkontextové gramatiky

- (a) Definice bezkontextové gramatiky (BKG), jazyk generovaný BKG, nejednoznačnost BKG.
- (b) Speciální typy BKG: gramatika bez zbytečných symbolů, bez ϵ -pravidel a bez jednotkových pravidel.
- (c) Chomského normální forma (CNF) a převod BKG do CNF.

7 Zásobníkové automaty

- (a) Definice zásobníkového automatu (ZA).
- (b) Jazyk přijímaný ZA – dva způsoby akceptování slova.
- (c) Základní myšlenky důkazu ekvivalence bezkontextových jazyků a jazyků rozeznávaných ZA.

8 Vlastnosti bezkontextových jazyků

- (a) Věta o vkládání pro bezkontextové jazyky (BKJ) – znění, základní myšlenka důkazu a použití.
- (b) Uzávěrové vlastnosti třídy BKJ.
- (c) Deterministické ZA.

9 Turingovy stroje

- (a) Definice Turingova stroje (TS), jazyk přijímaný TS, třídy \mathcal{L}_{RS} a \mathcal{L}_{REK} .
- (b) TS vyčísňující funkce, Turingova téze.
- (c) Modifikace TS – více pásek, nedeterminismus.

10 Nerozhodnutelnost

- (a) Definice (ne)rozhodnutelného problému.
- (b) Uzávěrové vlastnosti tříd \mathcal{L}_{RS} a \mathcal{L}_{REK} .
- (c) Jazyky L_d a L_u a jejich klasifikace.

11 Nerozhodnutelnost problémů týkajících se Turingových strojů

- (a) Redukce v teorii nerozhodnutelnosti – definice a použití.
- (b) Jazyky L_{ne} a L_e a jejich klasifikace.
- (c) Riceova věta a její důsledky.

12 Postův korespondenční problém

- (a) Definice Postova korespondenčního problému (PCP), modifikovaný PCP, idea důkazu nerozhodnutelnosti PCP.
- (b) Jazyk L_A pro množinu slov A (tzv. list language).
- (c) Použití PCP pro důkazy nerozhodnutelnosti problémů týkajících se bezkontextových jazyků.

13 Chomského hierarchie

- (a) Regulární a neomezené gramatiky.
- (b) Kontextové gramatiky a lineárně omezené automaty.
- (c) (Chomského) hierarchie formálních jazyků.

14 Algoritmické problémy

- (a) Prázdnot, konečnost a nekonečnost jazyka přijímaného konečným automatem.
- (b) Prázdnot, konečnost a nekonečnost bezkontextového jazyka.
- (c) Prázdnot a neprázdnot jazyka přijímaného Turingovým strojem.