

Metody regresní analýzy

Předmět SZZ NMS Aplikované matematicko-stochastické metody

Otázka č. 1:

Jednoduchá lineární regrese, odhady parametrů a jejich vlastnosti, intervaly spolehlivosti a testy hypotéz o parametrech modelu, intervaly predikce

- Model jednorozměrné lineární regrese, MLE odhady parametrů a jejich vlastnosti (neustrannost, rozdělení, ...), Gauss-Markov teorém
- Intervaly spolehlivosti a testy hypotéz o parametrech beta, definice R^2 a F statistiky, rozklad čtverců
- Intervaly spolehlivosti pro střední hodnotu EY_0 a intervaly predikce pro Y_0 v novém pozorování x_0

Otázka č. 2:

Vícerozměrná lineární regrese, analytické a numerické řešení normálních rovnic, koeficient determinace, F-test, intervaly predikce

- Model vícerozměrné lineární regrese, maximálně věrohodné odhady parametrů, soustava normálních rovnic a její řešení
- Vlastnosti odhadů parametrů (neustrannost, rozdělení, nezávislost), Gauss-Markov teorém
- Koeficient determinace R^2 a jeho vlastnosti, obecná lineární hypotéza a F -test
- Intervaly spolehlivosti pro EY_0 a intervaly predikce pro Y_0 v novém pozorování vysvětlující proměnné

Otázka č. 3:

Rezidua a jejich grafická analýza, detekce odlehlých a influenčních pozorování, transformace závislé a nezávislé proměnné

- Interně a externě studentizovaná rezidua, grafy reziduí, partial residual plots, partial regression plots (added variable plots), PRESS rezidua
- Míry influence, DFBETAS, Cookova vzdálenost, pravidlo pro detekci influenčních pozorování, DF-FITS
- Transformace vysvětlované proměnné y , Box-Cox transformace, transformace vysvětlujících proměnných x , Box-Tidwell metoda
- Vážené nejmenší čtverce

Otázka č. 4:

Výběr regresního modelu, informační kritéria, kroková regrese a sestupný výběr proměnných

- Kritéria porovnávání modelů, koeficient determinace, MSE, F -test pro vnořené modely
- Mallowsova C_p statistika, AIC, BIC - obecná definice, vlastnosti, použití, PRESS statistika
- Metody výběru modelu, zpětná eliminace, dopředná regrese, postupná regrese, princip marginality

Otázka č. 5:

Model ANOVA, model ANCOVA s jedním faktorem, multikolinearita a její detekce, hřebenová regrese

- a) Model analýzy rozptylu (ANOVA) a jeho použití, model analýzy kovariance (ANCOVA) s jedním faktorem
- b) Kolinearita, její důsledky a detekce, index podmíněnosti matice, definice VIF
- c) Potlačení kolinearity, hřebenová regrese - princip metody a volba parametru δ

Otázka č. 6:

Exponenciální rodina distribucí a její vlastnosti, podmínky regularity, definice zobecněného lineárního modelu

- a) Definice exponenciální rodiny distribucí, tvar hustoty vhodný pro ZLM a její vlastnosti (momentová vytvářející funkce, střední hodnota, rozptyl)
- b) Podmínky regularity, skórový vektor, Fisherova informační matice
- c) Definice zobecněného lineárního modelu, příklady ZLM

Otázka č. 7:

Odhadování parametrů zobecněných lineárních modelů, maximálně věrohodné odhady, numerické metody výpočtu, asymptotické rozdělení odhadů

- a) Maximálně věrohodné odhady parametrů ZLM, obecný tvar věrohodnostních rovnic, Fisherova informační matice pro ZLM, odhad parametru měřítka ϕ
- b) Numerické metody výpočtu MLE, algoritmy Newton-Papson a Fisher-scoring, metoda iterovaných vážených nejmenších čtverců
- c) Asymptotické rozdělení skórového vektoru a maximálně věrohodných odhadů

Otázka č. 8:

Míry adekvátnosti zobecněného lineárního modelu, porovnávání modelů, analýza reziduí a influenčních pozorování

- a) Míry adekvátnosti ZLM - saturovaný model, deviační statistika a její vlastnosti
- b) Porovnávání vnořených modelů - deviační a Waldova statistika, porovnávání nevnořených modelů - statistiky AIC a BIC
- c) Diagnostika modelu - projekční matice v ZLM, typy reziduí (Pearsonova, Anscombeova, deviační a jejich standardizované verze), grafy reziduí, ověření vhodnosti použité spojovací funkce
- d) Analýza influenčních pozorování - Cookova vzdálenost

Otázka č. 9:

Modely pro binární data, logistický, normální a Gumbelův model, interpretace parametrů modelu, testy a rezidua

- a) Modely pro binární data - Bernoulliův a binomický model, nejužívanější spojovací funkce
- b) Model logistické regrese, interpretace jeho parametrů, poměr šancí
- c) Míry kvality binomického modelu - deviační statistika, Pearsonova statistika, test Hosmer-Lemeshow, tvar reziduí v binomickém modelu (Pearsonova, deviační) a jejich použití

Otázka č. 10:

Poissonovská regrese, pravděpodobnostní modely pro kontingenční tabulky, log-lineární modely

- a) Model poissonovské regrese, spojovací funkce a interpretace parametrů modelu, relativní riziko, deviační statistika a rezidua poissonovského modelu
- b) Pravděpodobnostní rozdělení pro kontingenční tabulky, log-lineární modely a odhady jejich parametrů
- c) Test hypotézy nezávislosti a homogenity v kontingenční tabulce a jejich ekvivalent v poissonovském modelu, interpretace interakcí druhého a třetího řádu v log-lineárním modelu

Teorie informace a náhodné procesy

Předmět SZZ NMS Aplikované matematicko-stochastické metody

Otázka č. 1:

Entropie, relativní entropie, informace a vztahy mezi nimi, Fanova nerovnost

- Definice entropie pro jednu a více náhodných veličin, definice střední podmíněné entropie a vztahy mezi nimi
- Definice relativní entropie a informace, jejich vlastnosti a základní nerovnosti
- Fanova nerovnost a vysvětlení jejího významu

Otázka č. 2:

Asymptotická rovnočetnost typických zpráv (AEP), typické množiny zpráv, věta o AEP, důsledky

- Věta o asymptotické ekvipartiční vlastnosti a její důkaz
- Definice typické množiny zpráv, její vlastnosti a možné aplikace
- Zobecnění na typické dvojice zpráv

Otázka č. 3:

Kompresce dat, Kraftova nerovnost, optimální kódy, Huffmanův kód a jeho optimalita

- Definice kódu zdroje a jednotlivé typy kódů
- Kraftova nerovnost a její verze
- Věta o střední délce instantního kódu, definice Shannon-Fanova kódu a jeho vlastnosti.
- Definice Huffmanova kódu a jeho optimalita

Otázka č. 4:

Markovovy řetězce, definice rychlosti entropie, věty o rychlosti entropie pro stacionární a markovovské zdroje

- Definice stacionárního, markovského a homogenního procesu
- Popis markovského homogenního procesu, jeho stacionární rozdělení
- Definice rychlosti entropie a mezní podmíněné entropie symbolu, jejich existence a výpočet

Otázka č. 5:

Informační kanály a jejich kapacita, kódování kanálu, přenositelnost zdrojů kanály

- Definice informačního kanálu, informační kapacita kanálu a její výpočet, příklady kanálů
- Bezpečnostové rozšíření kanálu, (M, n) -kód a jeho pravděpodobnosti chyby
- Rychlost přenosu informace kanálem, definice operační kapacity kanálu
- Shannonova věta a základní myšlenka využití typických dvojic zpráv v jejím důkazu

Otázka č. 6:

Definice náhodného procesu, Kolmogorovova věta, konzistentní systém konečněrozměrných rozdělení, existence spojitě verze

- a) Uveďte definici náhodného procesu a několik důležitých příkladů
- b) Definujte konzistentní systém konečněrozměrných rozdělení, Daniell-Kolmogorovova existenční věta
- c) Kolmogorov-Čentsovova věta nebo Lévyho konstrukce Wienerova procesu

Otázka č. 7:

Markovské procesy s diskrétním a spojitým časem, analýza prvního kroku, klasifikace stavů, limitní chování

- a) Markovské procesy s diskrétním časem, matice přechodu pravděpodobností, Markovské procesy se spojitým časem a matice $P(t)$, generátor
- b) Analýza prvního kroku pro pravděpodobnost absorpce i střední dobu návratu
- c) Klasifikace stavů (rekurentní, tranzitní (=přechodný)), limitní chování

Otázka č. 8:

Pojem limity, spojitosti a derivace náhodného procesu, integrál náhodného procesu, Wienerův proces, Poissonův proces

- a) Limita, spojitost a derivace náhodného procesu
- b) Proces s ortogonálními přírůstky, přírůstková funkce, definice $\int_0^t f(s)dW_s$
- c) Definujte Wienerův proces a uveďte základní vlastnosti (Markovská vlastnost, Gaussovský proces, autokovarianční funkce, vlastnosti trajektorií)
- d) Definujte Poissonův proces, uveďte základní vlastnosti

Otázka č. 9:

Silně a slabě stacionární procesy, ergodická věta pro slabě stacionární procesy, Karhunen-Loévyho věta, spektrální rozklad Wienerova procesu, Bochnerova věta, Herglotzovo lemma

- a) Ergodická věta pro slabě stacionární procesy
- b) Bochnerova věta, Herglotzovo lemma, slabě stacionární procesy
- c) Karhunen-Loévyho věta a spektrální rozklad pro Wienerův proces

Otázka č. 10:

Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovovy řetězce, pro Markovské procesy, Kolmogorovy diferenciální rovnice

- a) Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovovy řetězce (s odvozením)
- b) Hustota pravděpodobnosti přechodu, Chapman-Kolmogorovy rovnice pro Markovovy procesy se spojitým časem
- c) Zpětná a dopředná Kolmogorova rovnice - jen znění

Strojové učení

Předmět SZZ NMS Aplikované matematicko-stochastické metody

1. „Handcrafted“ a „learned“ features, základní rozdíly. Invariance a diskriminabilita příznaků.
2. „Handcrafted“ features pro 2D objekty I – vizuální příznaky, Fourierovy deskriptory, lokální příznaky, SIFT
3. „Handcrafted“ features pro 2D objekty II – Momenty, momentové invarianty, normalizace
4. Klasifikátory v prostoru „handcrafted“ features - kNN-klasifikátor, SVM klasifikátory, Bayesův klasifikátor pro normálně rozložené třídy
5. Shluková analýza v prostoru příznaků - iterační a hierarchické metody, Wardovo kritérium
6. Redukce dimenzionality příznakového prostoru - metoda hlavních komponent, měření separability, výběr příznaků pro problém dvou tříd
7. Konvoluce a Fourierova transformace ve spojitě a diskrétní doméně
8. Digitalizace signálů a obrazů - Vzorkovací teorém, Nyquistovy nerovnosti, rekonstrukce spojitého signálu za vzorků, interpolace, kvantování, kvantizační šum
9. Histogram a jeho transformace (ekvalizace, zvýšení kontrastu, gama korekce), barva v obraze
10. Modely šumu v obraze a metody na jeho potlačení (konvoluční filtry, medián, bilaterální filtr, non-local means)
11. Detekce hran v obraze (derivační metody, frekvenční oblast, Hough transform)
12. Základní typy rozmazání obrazu, jejich modelování a odhady, inverzní a Wienerův filtr
13. Geometrická registrace (matching) obrazů – základní principy a metody (obrazová a fázová korelace, transformační modely, převzorkování)
14. Princip maximální věrohodnosti v neuronových sítích, maximalizace křížové entropie, minimalizace Kullback-Leibler divergence
15. Dopředné vícevrstvé neuronové sítě - skryté vrstvy, aktivační funkce, výstupní vrstvy
16. Stochastický gradientní sestup, algoritmus zpětného šíření chyby (backpropagation), metody s adaptivním learning rate
17. Regularizace v učících algoritmech sítí - augmentation, label smoothing, bagging, parameter tying, dropout, batch normalization, residual connection
18. Konvoluční neuronové sítě a jejich aplikace v klasifikaci, detekci a segmentaci obrazu.
19. Generativní modely - autoenkodéry, variační autoenkodéry (VAE), generativní adverzativní sítě (GAN)
20. Rekurentní neuronové sítě - Long Short-Term Memory (LSTM), Gated Recurrent Unit (GRU), Attention, Self-attention

Podrobnější seznam státnicových otázek

Spolehlivost a extrémní události

AMSM (volitelně) - zkouší V.Kus

- 1. Spolehlivostní charakteristiky, obecné rodiny hustot, cenzorování, bayesovské odhady v analýze spolehlivosti:**
 - (podmíněná) spolehlivost, (kumulativní) intenzita poruch, $MRL(t)$, $IFR(A)$, $DFR(A)$, $NBU(E)$, $NWU(E)$, příklady rodin a jejich použití, typy cenzorování včetně RC
 - Bayesovský přístup – odhady FR při nestabilitě výroby (Pareto), empirický Bayes, postupný Bayes, predikce, prediktivní hustota & spolehlivost

- 2. Parametrické modely s (ne)monotónní intenzitou poruch, únavové cyklické zkoušky, příklady použití:**
 - Bi, Exp (mix, STD&PTD, exp-rezerva), Pareto, N, TN, Gamma, Erlang (opravitelné systémy), InvGamma, Weibull (reprodukce minima), LogN (intenzita opravy), Gompertz-Makeham - jejich průběhy FR
 - únavové zkoušky, stresory, LogN, Wöhlerův diagram, Birnbaum-Saundersovo rozdělení (způsob odvození, průběh FR, výhody), Log-logistic

- 3. Spolehlivost komponentních systémů, redundantní struktury, důležitost komponent:**
 - RBD a strukturální funkce pro sériový, paralelní, k-oo-n systém, bridge, pivotální rozklad, výpočty R/FR/MTTS, Birnbaumova míra důležitosti (kritické cesty), typy redundance
 - limitní EVD (Gumbel, TGumbel, Weibull) pro paralelní a sériové systémy, použití

- 4. Odhady spolehlivosti a kumulativní intenzity poruch, typy cenzorování, testy:**
 - cenzorování typu I, II, III, RC, Koziol-Green, MLE a Bayes odhady při RC (obecně, v Exp modelu (AN) a Weibull modelu)
 - empirické odhady R, Crowderův plot, WPP, Kaplan-Meierův odhad (def, motivace, vlastnosti, Greenwoodova formule, užití), Nelson-Aalenův odhad, hazard plot, použití

- 5. TTT transformace a plot, optimální preventivní údržba, model proporcionálních rizik:**
 - TTT transformace a plot (scaled), vlastnosti a použití pro detekci typu IFR/DFR modelu, preventivní údržba, setup, MTBR, nákladová eficeience, její optimalita
 - kovariáty, Coxův model proporcionálních rizik, Hazard Ratio, grafický test PH předpokladu

6. Detekce těžkých chvostů rozdělení, doba návratu události, čítací proces rekordů:

- PP, QQ (plotové pozice), ME funkce & plot, jejich konzistence, užití pro detekci rodin distribucí a jejich chvostů, sub- a super-exponencialita, souvislost s MEF a její limitou
 - rozdělení překročení prahu, doba návratu, t-letá událost, výpočet, souvislost s vysokými kvantily, rekordy, aproximace jejich středního počtu v iid posloupnosti, použití
-

7. Distribution-free nerovnosti a odhady hustot pro pravděpodobnostní chvosty:

- nerovnosti Markov, Čebyšev, Čebyšev-Cantelli, Chernoff bounding, Höfďding, Bernstein, ATM&CAC motivace, výhody jejich použití oproti SU
 - histogram FPH, VPH, kernel KDE, adaptivní kernel AKDE, vlastnosti, optimalita IMSE / IMAE, metody volby h^* a K^* , histogram a kernel v R^d , problém dimenze pro kvalitu odhadu
-

8. Semiparametrické a re-transformované odhady hustot, odhady vysokých kvantilů:

- kvalita odhadů chvostů, konzistence K a TV, F(V)PH, (A)KDE, re-transformované odhady, jejich kvalita z hlediska IMSE / IMAE, ukázka re-transformací (Wand, Markovitch)
 - typy semiparametrických odhadů (kombinované / Barronův), MDE a MKE, řád konzistence K a TV, metoda POT pro odhady vysokých kvantilů, využití GPD
-

9. Fluktuace náhodných sum, stabilní distribuce, zobecněný centrální limitní teorém, obor přitažlivosti, sub-exponenciální distribuce:

- revize iid ZVČ a CLT pro rozdělení s těžkými chvosty, stabilní a α -stabilní rozdělení, spektrální charakteristika, oblasti přitažlivosti, charakterizace $DA(\alpha)$, zobecněný CLT G_α
 - pomalu a regulárně se měnící funkce, sub- a super-exponenciální distribuce, jejich charakteristika, souvislost s ME funkcí
-

10. Fluktuace náhodných maxim, Fisher-Tippettův zákon, oblasti přitažlivosti maxima, zobecněné Paretovo rozdělení:

- max-stabilní distribuce, Fisher-Tippettova věta, MDA Fréchet / Weibull / Gumbel, charakteristiky MDA tříd, von-Mises podmínka
 - GEV & GPD, vlastnosti, ML & PWM odhady parametrů a kvantilů GEV & GPD, $MDA(H_\xi)$ a její charakterizace, Hillův odhad ξ , související metoda POT a její použití v hydrologii
-

Studenti dostanou před přípravou na SZZ tabulku desater integrálních transformací.

1. Makroskopické dopravní zákonitosti a jejich teoretické zdůvodnění.

- 1.1. S pomocí tzv. vyhlazeného počtu částic zaveďte základní makroskopické dopravní veličiny.
- 1.2. Aplikací vyhlazeného počtu částic odvoďte rovnici kontinuity a vztah mezi hustotou, tokem a rychlostí pro homogenní proudění.
- 1.3. [Hlavní teoretická úloha] Představte Greenbergovo odvození obou fundamentálních dopravních závislostí. Odvození proveďte detailně krok po kroku. Výchozí pohybovou rovnici pro jednodimenzionální kapalinové proudění pouze napište (neodvozujte).
- 1.4. Představte dopravní fáze. Zmiňte jak dvoufázovou teorii, tak třífázovou. Vše také demonstруйте na reálné podobě fundamentálního diagramu.
- 1.5. Vysvětlete základní principy zpracování empirických dopravních dat: 3s-unifikační proceduru.

2. Lighthillův-Whithamův dopravní model a jeho řešení.

- 2.1. Vysvětlete pojem kinematických dopravních vln.
- 2.2. Představte výchozí rovnici Lighthillova-Whithamova modelu a její konsolidovaný tvar. O jaký typ rovnice se matematicky jedná?
- 2.3. Uveďte, jakým způsobem lze tento tvar převést na tvar řešitelný elementárními metodami matematické fyziky. Uveďte pouze výsledný tvar.
- 2.4. Formulujte příslušnou Cauchyovu úlohu a zapište její tvar v řeči zobecněných funkcí.
- 2.5. [Hlavní teoretická úloha] Nalezněte fundamentální řešení příslušného operátoru.
- 2.6. Sestavte vzorec pro řešení úlohy.
- 2.7. Jaká je praktická interpretace převodní funkce $\mu(x, \tau)$?

3. Formulace termodynamického dopravního modelu a odvození rozdělení rychlostí částic.

- 3.1. Definujte termodynamický dopravní model s periodickými okrajovými podmínkami. Diskutujte typy interakčních potenciálů,

klasifikujte interakční dosah, představte tvar hamiltoniánu a vysvětlete, co se rozumí pod pojmem rezistivita.

- 3.2. Co rozumíme pojmem stacionární stav systému?
- 3.3. Diskutujte vztah mezi rezistivitou a vnitřním uspořádáním systému, tj. ilustруйте, jak se mění mikrostruktura systému při změně hodnoty rezistivity.
- 3.4. [Hlavní teoretická úloha] Odvod'te statistické rozdělení okamžitých rychlostí částic plynu.
- 3.5. [Hlavní teoretická úloha] Užitím teorie zobecněných funkcí demonstруйте konvergenci hustoty pravděpodobnosti pro rychlost při rezistivitě rostoucí nade všechny meze.

4. Řešení termodynamického modelu s obecným krátkodosahovým potenciálem, specifikace a rozbor výsledků.

- 4.1. [Hlavní teoretická úloha] Aplikací aproximace v sedlovém bodě odvod'te headway-distribuci v termodynamickém modelu s krátkodosahovou repulzí. Užitou metodu sedlového bodu pouze okrajově zmiňte. Detailní formulace této metody se nepožaduje.
- 4.2. Výsledek specifikujte pro hyperbolický potenciál. O jakou třídu distribucí se jedná?
- 4.3. Diskutujte, jak se headway-distribuce mění v závislosti na makroskopických parametrech dopravy. Co jsou limitní stavy této distribuce?
- 4.4. Normalizaci a škálování headway-distribuce neprovádějte. Pouze zmiňte některé zajímavé vlastnosti, které vykazuje chování škálovací konstanty a uveďte, jaká funkce se při normalizaci a škálování objevuje.
- 4.5. Rovnici pro sedlový bod upravte aplikací Laplaceovy transformace do čitelnější interpretace.

5. Analytické odvození časové headway distribuce

- 5.1. [Hlavní teoretická úloha] Na základě znalosti distribuce rychlostí a prostorových světlostí odvod'te hustotu pravděpodobnosti pro časový odstup mezi vozidly.
- 5.2. Výsledek upravte do tvaru řady a detekujte v něm hlavní člen. Dále dokažte, že zbylé členy lze v rozvoji chápat jako členy poruchové členy, jež se při normalizaci neprojeví.
- 5.3. Diskutujte oprávněnost teoretických předpokladů užitých v odvození.
- 5.4. Jak lze při aproximativním odvozování zužitkovat empirické poznatky extrahované z dopravních dat?

- 5.5. Z jakého důvodu je analýza časových rozestupů výhodnější než analýza prostorových rozestupů? Zmiňte při této příležitosti krátce metody akvizice dopravních dat.

6. Teorie balancovaných distribucí a jejich laplaceovských obrazů.

- 6.1. Definujte třídu balancovaných distribucí a diskutujte balanční kritérium. Co je jádro balancované distribuce a co je momentový kód?
- 6.2. Uved'te nejznámější zástupce třídy \mathcal{B} . Jaké operace zachovávají příslušnost ke třídě \mathcal{B} ? Jakou „pestrost“ má třída \mathcal{B} , tj. jaké všechny funkce do ní patří?
- 6.3. Co je distribuční funkce a chvostová distribuční funkce příslušná k balancované hustotě?
- 6.4. Definujte Laplaceovu transformaci nad \mathcal{B} a popište, jaké sympatické vlastnosti mají laplaceovské obrazy balancovaných hustot.
- 6.5. [Hlavní teoretická úloha] Odvod'te vztah mezi Laplaceovým obrazem balancované hustoty a jejím momentovým kódem. Jak tento váš vztah souvisí teorií Taylorových rozvojų?
- 6.6. [Hlavní teoretická úloha] Jak lze ze znalosti momentového kódu hustoty určit momentový kód příslušné chvostové distribuční funkce?

7. Balanční částicový systém a tři způsoby jeho statistického popisu. Poissonovská varianta balančního částicového systému.

- 7.1. Definujte balanční částicový systém? Po neformálním uvedení zaved'te tradiční stochastický popis systému a vysvětlete, proč je výhodné klást jisté omezující matematické předpoklady.
- 7.2. Ukažte, jak lze přecházet mezi jednotlivými stochastickými popisy.
- 7.3. Vysvětlete pojem generátoru BČS a uveďte některé vlastnosti jeho Laplaceova obrazu.
- 7.4. Kdy je BČS nazýván Poissonovským? Jaký je jeho generátor?
- 7.5. [Hlavní teoretická úloha] Aplikací Laplaceovy transformace odvod'te tvar statistického rozdělení multiroztečí v Poissonově BČS.
- 7.6. Co trendová funkce? A jaký je vztah mezi laplaceovskými obrazy trendové funkce a generátoru?

8. Vlastnosti shlukové funkce a jejího Laplaceova obrazu.

- 8.1. Definujte pojem shlukové funkce pro BČS.

- 8.2. [Hlavní teoretická úloha] Odvod'te vztah mezi Laplaceovými obrazy shlukové funkce a generátoru balančního částicového systému.
- 8.3. Odvod'te přesný tvar shlukové funkce pro poissonovský systém.
- 8.4. Co je shluková funkce prvního druhu? A jak souvisí s druhým momentem intervalové frekvence? A jak jí lze vyjádřit pomocí shlukové funkce (nultého druhu)?

9. Statistická rigidita, rozptyl intervalových frekvencí a klasifikace stochastických systémů podle kompresibility

- 9.1. Definujte pojmy statistické rigidity a number variance (rozptyl intervalových frekvencí) a odvod'te vztah mezi nimi.
- 9.2. Určete statistickou rigiditu pro poissonovský systém.
- 9.3. Vysvětlete, jaký tvar má graf statistické rigidity v obecných systémech. Užijte k tomu asymptotických vlastností rigidity.
- 9.4. Zaved'te pojem stochastická kompresibilita a vyslovte klíčovou větu o kompresibilitě a defleksi.
- 9.5. Jakým způsobem se klasifikují stochastické systémy podle úrovně kompresibility?
- 9.6. [Hlavní teoretická úloha] Určete kompresibilitu pro systém, jehož headway-distribuce je popsána Erlangovým rozdělením

$$h(x) = \frac{(k+1)^{k+1}}{k!} \Theta(x) x^k e^{-(k+1)x}.$$

Užijte faktu, že Laplaceovým obrazem Erlangovy distribuce je funkce

$$H(s) = (k+1)^{k+1} \frac{1}{(1+s+k)^{k+1}}$$

10. Diskrétní dopravní modely a charakteristiky jejich stacionárních stavů.

- 10.1. Definujte model TASEP a jeho parametry. Co rozumíme pojmem stacionární stav systému?
- 10.2. Představte řešení modelu podle Bernarda Derridy (tzv. Matrix Product Ansatz) včetně podmínek kladených na Derridovy matice.
- 10.3. Za jakých podmínek jsou Derridovy matice komutativní? Dokažte!
- 10.4. Jakého tvaru je normalizační konstanta ve formuli pro pravděpodobnost?
- 10.5. Jak jsou v modelu TASEP zavedeny obě základní makroskopické veličiny?
- 10.6. [Hlavní teoretická úloha] Odvod'te tvar fundamentální závislosti $J = J(\rho)$ pro nastavení na linii komutativity.
- 10.7. Jakého obecného tvaru je headway distribuce modelu TASEP analyzovaná v k -té buňce? Představte pouze obecný vzorec pro

výpočet headway distribuce a specifikujte ho pro nastavení na linii komutativity.

- 10.8. Který diskrétní model je v oblasti dopravního modelování slavnější než model TASEP? Představte jeho kostru a tvar fundamentálního diagramu.