

I. IDENTIFIKAČNÍ ÚDAJE

Název práce:	Analýza a numerické simulace pro model kolektivního chování
Jméno autora:	Bc. Štěpán Studenovský
Typ práce:	Diplomová práce
Fakulta:	Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská (FJFI)
Katedra:	Katedra matematiky
Oponent práce:	Doc. RNDr. Ondřej Souček
Pracoviště oponenta práce:	Matematický ústav, MFF UK

II. HODNOCENÍ JEDNOTLIVÝCH KRITÉRIÍ

Zadání	náročnější
<i>Hodnocení náročnosti zadání závěrečné práce.</i>	
Práce se zabývá hydrodynamickým modelem Eulerova typu s dodatečnou nelokální interakční silou (tzv. Cucker-Smale model) simulující kolektivní chování například v živých systémech. Zadání práce považuji za spíše náročnější. Cílem práce totiž byla kombinace matematické analýzy a základních otázek existence, jednoznačnosti a stability řešení systému bilančních rovnic v jedné prostorové dimenzi na jedné straně, na straně druhé pak numerické simulace daných rovnic. Poznávám, že úloha je pokračováním bakalářské práce autora, kde se detailně zabýval odvozením hydrodynamických rovnic ze statistického a kinetického modelu.	

Splnění zadání	splněno s výhradami
<i>Posuďte, zda předložená závěrečná práce splňuje zadání. V komentáři případně uveďte body zadání, které nebyly zcela splněny, nebo zda je práce oproti zadání rozšířena. Nebylo-li zadání zcela splněno, pokuste se posoudit závažnost, dopady a případně i příčiny jednotlivých nedostatků.</i>	
Zadání práce zahrnovalo dvě hlavní části: (i) analýzu systému hydrodynamických rovnic popisujících kolektivní chování se zřetelem na existenci, jednoznačnost a stabilitu řešení, (ii) numerické simulace těchto rovnic. Všechny tyto body jsou v práci obsaženy, v tomto smyslu bylo zadání splněno. Nicméně zejména k analytické části mám řadu kritických připomínek. Značná část kritiky se týká formálního zpracování, v práci je však dle mého názoru také několik faktických chyb. Ty jednak ovlivňují detailní tvar podmínek pro čas blow-upu řešení v existenční teorii, jednak komplikují analýzu jednoznačnosti řešení, o jejíž správnosti a úplnosti mám určité pochyby, viz. níže.	

Zvolený postup řešení	vhodný
<i>Posuďte, zda student zvolil správný postup nebo metody řešení.</i>	
Zvolený postup řešení jednotlivých částí zadání práce vnímám jako vhodný. Při existenční analýze pro systém s dodatečnou vnější silou autor demonstruje porozumění odborné literatuře na dané téma, kdy myslím úspěšně zobecňuje analýzu obsaženou v referenci [4]. Pasáž o jednoznačnosti se zdá být původní, a byť není myslím "dotažena", zvolená strategie je jasná a, pokud mohu posoudit, správná. U numerických simulací autor volí standardní techniky z literatury, které nicméně sám naimplementoval.	

Odborná úroveň	průměrná
<i>Posuďte úroveň odbornosti závěrečné práce, využití znalostí získaných studiem a z odborné literatury, využití podkladů a</i>	

dat získaných z praxe.

Odborná úroveň analytické části práce mi přijde sice nadprůměrná, ale ne výborná vzhledem k množství výhrad, které mám, viz. níže. Část těchto výhrad lze přičíst na vrub nedostatečné pečlivosti autora při psaní práce (velké množství typografických chyb), část možná demonstruje jistou nedůslednost v samotné analýze. U numerických simulací vnímám částečně kriticky, že se autor jednak omezil na relativně základní numerické schéma, jednak, že se nepokusil lépe demonstrovat výsledky získané analýze, viz. otázky níže.

Formální a jazyková úroveň

podprůměrná

Posuďte správnost používání formálních zápisů obsažených v práci. Posuďte typografickou a jazykovou stránku.

Dojem z práce kazí značné množství typografických chyb včetně chyb v matematických vzorcích, ale i ve struktuře textu. Některé části práce působí dojmem, že nebyly příliš pečlivě revidovány. Snažil jsem se kontrolovat většinu výpočtů a tento typ chyb mi práci značně ztěžoval. Nejzávažnější příklady uvádím níže.

Výběr zdrojů, korektnost citací

průměrné

Vyjádřete se k aktivitě studenta při získávání a využívání studijních materiálů k řešení závěrečné práce. Charakterizujte výběr pramenů. Posuďte, zda student využil všechny relevantní zdroje. Ověřte, zda jsou všechny převzaté prvky řádně odlišeny od vlastních výsledků a úvah, zda nedošlo k porušení citační etiky a zda jsou bibliografické citace úplné a v souladu s citačními zvyklostmi a normami.

Použité zdroje se mi jeví jako vhodně zvolené. Existenční teorie dostatečně referuje na použitý článek, byť místy odkazuje k neexistujícím kapitolám, atp. V kapitole 3 o jednoznačnosti postrádám lepší zdůraznění, že (a zda) se jedná o zcela původní část, či zda je čerpáno alespoň volně z nějaké literatury.

Další komentáře a hodnocení

Vyjádřete se k úrovni dosažených hlavních výsledků závěrečné práce, např. k úrovni teoretických výsledků, nebo k úrovni a funkčnosti technického nebo programového vytvořeného řešení, publikačním výstupům, experimentální zručnosti apod.

Hlavním výsledkem práce je jednak určité zobecnění existenční teorie (v jedné prostorové dimenzi) obsažené v ref. [4] pro dodatečnou vnější sílu, jednak analýza jednoznačnosti řešení, o jejíž úplné správnosti mám však určité pochybnosti, viz. níže. Vnímám velmi pozitivně, že práce obsahuje i původní numerickou implementaci a numerické simulace demonstrující chování studovaného systému v jedné prostorové dimenzi na toru.

III. CELKOVÉ HODNOCENÍ, OTÁZKY K OBHAJOBĚ, NÁVRH KLASIFIKACE

Shrňte aspekty závěrečné práce, které nejvíce ovlivnily Vaše celkové hodnocení. Uveďte případné otázky, které by měl student zodpovědět při obhajobě závěrečné práce před komisí.

Téma práce vnímám jako relativně ambiciózní a v kontextu fyzikálního odvození hydrodynamického modelu v bakalářské práci autora oceňuji pokračování v tématu na úrovni analýzy rovnic a jejich studia i pomocí numerických simulací jako v jistém smyslu ukázkový přístup k problematice matematického modelování zvoleného jevu, v tomto případě určitého typu kolektivního chování v dynamických systémech.

Práci jsem četl se zájmem a snažil jsem se pečlivě sledovat výklad a kontrolovat většinu obsažených analytických výpočtů. Toto úsilí mi bohužel stěžovalo nadprůměrné množství překlepů a nedůsledností, které, byť ve většině

případů byly opravdu pouze překlepy, velmi ztěžovaly postup textem a výpočty. Uvedu alespoň některé nejzásadnější příklady takových chyb obsažené v matematických vzorcích:

Závažnější překlepy v matematických vzorcích:

Str. 9 – má být gradient místo divergence u tlaku

Str. 19, vzorec (2.4) - chybná znaménka v integrálech po per partes

Str. 20 - chybná levá strana vzorce pro derivaci tlakového členu (chybí $1/\rho$)

Str. 20, o něco níže – nevhodně zapsaná levá strana (chybí argument u $u(x,t)$)

Str. 21 - chybné znaménko u členu $\partial F/\partial u$, chybně zapsaný poslední člen (chybí $1/\rho$)

Str. 21, vzorec (2.7) - chybné znaménko v první rovnici

Str. 22 - podivný zápis první rovnice a chyba v jejím řešení (d_0 v čitateli nemá být)

Str. 23 - chybné znaménko a chybějící ρ v první rovnici

Str. 25 - pátý vzorec odspoda, chybně vysázené diferenciály

Str. 31 – chybějící + v předposledním vzorci

Str. 34, nahoře – zmatečný popis postupu, zdá se mi, že některé mezivýsledky jsou zbytečné a nepoužijí se

Některé další překlepy:

Str. 11 – Lemma 1.1.2, systém rovnic (4) již je bez tlaku, přesto lemma zavádí na něj předpoklady

Str. 13 – vzorec zcela dole, nadbytečné „f“

Str. 20 – název bodu „Konvoluční členy a jejich pokles“, ačkoli o poklesu není ani zmínky

Str. 21, pod 2.6. - odkaz na neexistující kapitolu 1.1. v článku

Str. 21 – poslední nerovnost je označena jako Cauchy-Schwartzova, myslím, že se standardně označuje jako Youngova konvoluční nerovnost

Str. 23 – Důsledek 2.2.3 , 2x „když“

Str. 23 – pod prvním vzorcem - „A zároveň β roste uměrně s d s koeficientem ρ .“ Přitom β je konstantní...

Str. 24, dva řádky nad obrázkem - špatně zapsaná rovnice (chybí d)

Str. 24 – „drouhou“

Str. 34 – chybí rozlišení $S^{(1)}_1$ a $S^{(1)}_2$

Str. 35, nedokončené slovo „podoby“

Str. 38, vzorec nad 3.10 nadbytečné lomítko

Str. 41, v CFL podmínce chybí rychlost

Faktické chyby

V práci jsem zaznamenal některé závažnější faktické chyby, z nichž některé se možná podaří autorovi dovysvětlit či vyvrátit během obhajoby:

- Chybí mi jakékoliv naznačení motivace pro provádění derivací členů momentové rovnice v kap. 2.
- Str. 26 - chyba v primitivní funkci (chybí faktor $\sqrt{\zeta}$), tato chyba se propisuje dále do 2.17, 2.18, 2.21, 2.22 a lemmatu 2.4.1
- Str 34 – pod odhadem pro rozdíl hustot se píše: „Tímto jsme ukázali, že pokud jsou počáteční podmínky $\rho_1(0)$ a $\rho_2(0)$ stejné, rozdíl mezi řešeními $\rho_1(t)$ a $\rho_2(t)$ zůstane nulový pro všechny časy t .“ Což však zjevně není pravda díky přítomnosti předposledního členu v (3.1), se kterým se dále pracuje. Podotýkám, že bez informace o rychlostních polích (která v této fázi není k dispozici) samozřejmě nelze očekávat shodu hustotních polí.
- Str 36 - odhad druhého členu obsahuje L-infinity odhad pro $\partial u/\partial t$. Odkud se vezme?

- Str. 37 člen $(u_1-u_2)(S_1-S_2)$ je rozepsán chybně (je uvažováno pouze jedno hustotní pole), ačkoliv $S_1=S_1(\rho_1, u_1)$, $S_2=S_2(\rho_2, u_2)$. Nerozumím argumentaci o znaménku tohoto členu, prosím o rozvedení tohoto argumentu, viz. dotaz níže.

Dotazy k řešení práce

- Jaké jsou předpoklady na jádro K ? Při existenční analýze analýze se předpokládá K omezené, v kapitole o jednoznačnosti je zase používáné jádro K_1 , které je neomezené.
- Co je u_{inf} v prvním vzorci na str 32?
- Rozvedte prosím argumentaci o znaménku $(u_1-u_2)(S_1-S_2)$ na str. 37.
- Str 37. dole - problémový člen pro odhady obsahuje hustotu ρ_2 pod derivací. Kam se poděla při přechodu ke 3.9?
- Proč není v práci numericky demonstrována divergence řešení vhodně připravenými (superkritickými) počátečními daty. Bylo takové chování pozorováno v numerických simulacích?

Náměty do diskuse:

- Jaká je praktická motivace pro studovanou vnější sílu ve tvaru 1.3?
- Projevuje se numerická difúze z LF schématu na nefyzikálním útlumu řešení? Nezkoušel jste to kvantifikovat?
- Nebylo by při plánovaném přechodu do vyšších dimenzí vhodnější použít nějaké konečně objemové schéma spíše než konečné diference?

Předloženou závěrečnou práci hodnotím klasifikačním stupněm C - dobře.

Datum: 26.1.2025

Podpis: doc. RNDr. Ondřej Souček, Ph.D.

