

1. Necht'

$$\mathcal{X} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \text{ a } \mathcal{Y} = \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} \right)$$

jsou dvě báze vektorového prostoru \mathbb{C}^3 . Necht' $B \in \mathcal{L}(\mathbb{C}^3)$ zadané svou maticí v bázích \mathcal{Y} a \mathcal{X}

$${}_{\mathcal{Y}}B^{\mathcal{X}} = \begin{pmatrix} 0 & 6 & -3 \\ 0 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}. \text{ Nalezněte množinu } B^{-1}(\vec{b}),$$

(a) je-li $(\vec{b})_{\mathcal{X}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$,

(b) je-li $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2. Necht' $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$, $\mathcal{Y} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$ je báze \mathbb{R}^3 a $\mathcal{X} = \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ je báze \mathbb{R}^2 .

Necht' ${}^{\mathcal{E}_2}A^{\mathcal{Y}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$. Sestavte ${}^{\mathcal{X}}A^{\mathcal{E}_3}$.

3. Necht' $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2)$, $B \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$, kde pro každé $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ definujeme

$$A\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ -x_2 + 2x_3 \end{pmatrix} \text{ a dále známe } {}^{\mathcal{E}_2}B^{\mathcal{E}_3} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(a) Najděte matici složeného zobrazení BA ve standardních bázích.

(b) Dále najděte hodnotu a jádro BA .

4. Necht' je definováno zobrazení $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ pro každé $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ jako

$$A\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ x_2 + 2x_3 \end{pmatrix}.$$

Je A lineární? Vysvětlete. Je A epimorfni? Vysvětlete.