

Zkoušková písemka LALA 24. 1. 2019 Jméno:

Teorie

Všechna tvrzení uvádějte i s předpoklady!

1.
 - (a) Definujte lineární operátor (vysvětlete pojem lineární i operátor).
 - (b) Definujte regulární operátor (definujte i 2 pojmy, které použijete).
 - (c) Které(á) z následujících tvrzení jsou pravdivá? U pravdivých uveďte, z jaké věty to plyne. U nepravdivých uveďte protipříklad.
 - i. Nechť $A \in \mathcal{L}(\mathcal{P})$. Pokud A je monomorfni, pak A je regulární operátor.
 - ii. Nechť $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$. Pokud A je epimorfni, pak A je regulární operátor.

2.
 - (a) Definujte matici zobrazení v bázích.
 - (b) Vyslovte větu o matici součtu zobrazení a násobku zobrazení číslem z tělesa.
 - (c) Nechť $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ je operátor rotace o úhel $\pi/4$ po směru hodinových ručiček. Sestavte jeho matici ve standardní bázi.

3.
 - (a) Definujte hodnost matice.
 - (b) Definujte regulární matici.
 - (c) Vyslovte Frobeniovu větu.
 - (d) Které(á) z následujících vět je pravdivá. Pravdivou vysvětlete. U nepravdivé uveďte protipříklad.
 - i. Nechť $\mathbb{A} \in T^{n,n}$. Potom \mathbb{A} je regulární, právě když soustava LAR $\mathbb{A}\vec{x} = \vec{0}$ má pouze triviální řešení.
 - ii. Nechť $\mathbb{A} \in T^{m,n}$. Potom $h(\mathbb{A}) = m$, právě když soustava LAR $\mathbb{A}\vec{x} = \vec{0}$ má pouze triviální řešení.