

Teorie

Všechna tvrzení uvádějte i s předpoklady!

1. (a) Definujte souřadnici a souřadnicový izomorfismus.
(b) Vyjmenujte 3 základní vlastnosti souřadnicového izomorfismu.
(c) Nechť V je vektorový prostor nad \mathbb{R} . Nechť $\mathcal{X} = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ je báze V . Nechť dále $\vec{x} \in V$ a $(\vec{x})_{\mathcal{X}} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Najděte $(3\vec{x} + 4\vec{x}_2 - \vec{x}_1)_{\mathcal{X}}$. Vysvětlete.

2. (a) Definujte matici zobrazení v bázích.
(b) Vyslovte větu o matici složeného zobrazení v bázích. Jak lze tuto větu využít při převádění matice zobrazení v nějakých bázích na matici stejného zobrazení v jiných bázích (metodě říkáme vnášení identity).
(c) Nechť $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2)$ je operátor rotace o $\pi/2$. Sestavte jeho matici ve standardní bázi.

3. (a) Definujte podprostor.
(b) Vyjmenujte všechny možné podprostory \mathbb{R}^3 .
(c) Uveďte vlastnosti podprostorů (nulový vektor; triviální podprostory; vektorový prostor; tranzitivita; dimenze podprostoru a dimenze vlastního podprostoru).
(d) Uveďte příklad podprostoru nekonečné dimenze. Vysvětlete.