Kontrolní písemka LAL 22. 11. 2018 Jméno:

1. Nechť $V = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^3 \mid x_1 + x_2 = 1 \right\}$. Je V vektorovým prostorem nad $\mathbb{C}$ při zúžení operací z $\mathbb{C}^3$ na V (tj. sčítání vektorů a násobení vektoru komplexním číslem po složkách)? Vysvětlete.

2. Nechť $x_1, x_2, x_3, x \in \mathcal{P}_3$ (prostor polynomů stupně maximálně dva s přidáním nulového polynomu). Platí $x \in [x_1, x_2, x_3]_\lambda$? Vysvětlete.

$$\begin{aligned} &\forall t \in \mathbb{C} \\ &\qquad x_1(t) = 1 + t - 2t^2 \\ &\qquad x_2(t) = 7 - 8t + 7t^2 \\ &\qquad x_3(t) = 3 - 2t + t^2 \\ &\qquad x(t) = 2 - 3t + 3t^2. \end{aligned}$$

3. Nechť $\mathcal{X} = \left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$ je báze $\mathbb{R}^{2,2}$. Nechť $\mathcal{Y} = (\mathbb{Y}_1, \mathbb{Y}_2, \mathbb{Y}_3, \mathbb{Y}_4)$ je soubor z $\mathbb{R}^{2,2}$,

$$(\mathbb{Y}_1)_\mathcal{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, (\mathbb{Y}_2)_\mathcal{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, (\mathbb{Y}_3)_\mathcal{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, (\mathbb{Y}_4)_\mathcal{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Najděte $(\mathbb{Y})_\mathcal{X}$, je-li $\mathbb{Y} = \mathbb{Y}_1 - 5\mathbb{Y}_3$.

4. Nechť $P \subset\subset \mathbb{C}^3$, $Q \subset\subset \mathbb{C}^3$. Nalezněte dimenzi a bázi $P + Q$ a $P \cap Q$, je-li
$P = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^3 \;\middle|\; 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 0 \right\}$ a $Q = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right]_\lambda$.

5. **[bonusový příklad]** Nechť $M \subset \mathcal{P}_4$. Zjistěte, zda $M \subset\subset \mathcal{P}_4$, a v kladném případě určete $\dim M$ a najděte bázi M.

$$M = \{x \in \mathcal{P}_4 | \, (\forall t \in \langle 0, 1 \rangle)(x(t) = x(1))\}.$$