

Zkoušková písemka LAP 21.1.2014

Jméno:

100 minut, alespoň 1,5 příkladu správně a 1 příklad úplně správně i numericky.

1. Necht $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$.

$$W_1 = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \varphi_1(\vec{x}) = 1 \wedge \varphi_2(\vec{x}) = 1\},$$

kde $(\varphi_1)_{\mathcal{E}^\#} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ a $(\varphi_2)_{\mathcal{X}^\#} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, přičemž $\mathcal{E}$ je standardní báze $\mathbb{R}^3$ a $\mathcal{X} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ je také báze $\mathbb{R}^3$.

$$W_2 = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \right]_\alpha.$$

Najděte všechny přímky W_1 a W_2 , které jsou rovnoběžné s varietou W_3 .

$$W_3 \equiv \begin{matrix} x & - & y & + & z & = & 0 \\ x & + & 2y & & & = & 1 \end{matrix}.$$

Kolik je takových přímek?

2. Necht $P = \left[\begin{pmatrix} -2+2i \\ 1+i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2+2i \\ 1-i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2-i \\ 3+i \end{pmatrix} \right]_\lambda \subset \subset \mathbb{C}^2$ nad $\mathbb{R}$.

$$Q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^2 \text{ nad } \mathbb{R} \mid x - 2iy = 0 \right\}.$$

Najděte dimenzi a bázi $P, Q, P+Q, P \cap Q$.

3. Necht jsou dány podprostory $P, Q \subset \subset \mathcal{P}_4$.

$$P = \{x \in \mathcal{P}_4 \mid (\forall t \in \langle 0, 1 \rangle) (x(t) = x(1-t))\},$$

$$Q = \{x \in \mathcal{P}_4 \mid x(1) = 0 \wedge x(2) - x(0) = 0\}.$$

Existuje projektor A_P na P podle Q ? Pokud ano, najděte matici A_P ve standardních bázích.