

# Zkoušková písemka LAP 7.1.2014

Jméno:

100 minut, alespoň 1,5 příkladu správně a 1 příklad úplně správně i numericky.

1. Nechť  $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$ ,  $\mathcal{X} = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$  je báze  $\mathbb{R}^3$  a  $\varepsilon_2 A \mathcal{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ . Nechť  $W_1 \subset \mathbb{R}^2$ ,  $W_1 = \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} \right]_{\alpha}$ . Dále  $W_2 \subset \mathbb{R}^3$ ,  $W_2 = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \varphi(\vec{x}) = 3\}$ , kde  $(\varphi)_{\mathcal{X}\#} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Najděte parametrické a neparametrické rovnice (existují-li):

- (a)  $A^{-1}(W_1)$ ,
- (b)  $A^{-1}(W_2)$ ,
- (c)  $A(W_1)$ ,
- (d)  $A(W_2)$ .

2. Nechť  $A : \mathcal{P}_3 \rightarrow \mathcal{P}_3$  je definované pro každé  $x \in \mathcal{P}_3$  a  $t \in \mathbb{C}$  jako  $(Ax)(t) = x(t-1)$ .

- (a) Dokažte, že  $A$  je lineární. (Okomentujte, jaké momenty jsou v důkazu důležité.)
- (b) Najděte všechna řešení rovnice  $(DA)x = b$ , kde  $b(t) = 2 + 2t$  pro každé  $t \in \mathbb{C}$ .

3. Nechť  $P = \{x \in \mathcal{P}_4 \mid (\forall t \in (0, 1)) (x(t) = x(1-t))\}$  a  $Q = \{x \in \mathcal{P}_4 \mid x(1) - 2x(-1) = 0\}$ . Najděte dimenzi a bázi  $P$ ,  $Q$ ,  $P + Q$  a  $P \cap Q$ .