

Zkoušková písemka LAP 11.2.2013

Jméno:

100 minut, alespoň 1,5 příkladu správně a 1 příklad úplně správně i numericky.

1. Necht $W = \{x \in \mathcal{P}_3 \mid x(1) = 1 \wedge x(-1) = -1\}$. Necht $Q = [e_1 - e_3]_\lambda$, kde (e_1, e_2, e_3) je standardní báze \mathcal{P}_3 , a necht $P = [y, z]_\lambda$, kde pro každé $t \in \mathbb{C}$ platí

$$y(t) = 1 + t, \quad z(t) = 2t + t^2.$$

Najděte neparametrické rovnice $A_P^{-1}(W)$ ve standardní bázi, je-li A_P projektor na P podle Q .

2. Necht W_1, W_2 jsou lineární variety v \mathbb{R}^4 .

$$W_1 = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^4 \mid \varphi_1(\vec{x}) = 0 \wedge \varphi_2(\vec{x}) = 1\},$$

kde ${}^{\mathcal{E}_4}\varphi_1^{\mathcal{Y}} = (1 \ 1 \ 1 \ 1)$ a $\varphi_2(\vec{x}) = x_1 + x_3$ pro každé $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$ a \mathcal{E}_4 je standardní báze \mathbb{R}^4 a $\mathcal{Y} = ((2))$ je báze \mathbb{R} .

$$W_2 = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right]_\alpha.$$

Určete vzájemnou polohu W_1 a W_2 a najděte parametrické rovnice $W_1 \cap W_2$ ve standardní bázi.

3. V závislosti na $\alpha \in \mathbb{R}$ určete

$$A^{-1}(\vec{b}) \cap \ker \varphi,$$

kde $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \\ -2 \end{pmatrix}$, $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$, $\varphi \in \mathbb{R}^{3\#}$ a platí

$${}^{\mathcal{X}}A^{\mathcal{Y}} = \begin{pmatrix} \alpha + 1 & -2 & 2 \\ -2\alpha & -\alpha & 0 \\ 1 - \alpha & 2\alpha & -2\alpha \end{pmatrix}, \quad (\varphi)_{\mathcal{X}\#} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

kde $\mathcal{X} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} \right)$ a $\mathcal{Y} = (\vec{e}_3, -\vec{e}_2, \vec{e}_1)$ jsou báze \mathbb{R}^3 (\vec{e}_i značí i -tý vektor standardní báze).