

# Zkoušková písemka LAP 7.1.2013

Jméno:

100 minut, alespoň 1,5 příkladu správně a 1 příklad úplně správně i numericky.

1. Nechtě  $W_1, W_2, W_3 \subset \mathbb{R}^3$ .

$$W_1 \equiv 3x + 4y + z = 2, \quad W_2 \equiv \begin{matrix} x & = & 2 + 2t \\ y & = & -t \\ z & = & 4 - t \end{matrix},$$

$$W_3 = \{\vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \varphi_1(\vec{x}) = 2 \wedge \varphi_2(\vec{x}) = 3\},$$

kde  $(\varphi_1)_{\mathcal{E}_3^\#} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  a  ${}^{\mathcal{X}}\varphi_2^{\mathcal{Y}} = (1 \ 1 \ 1)$ , kde  $\mathcal{E}_3$  a  $\mathcal{X} = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right)$  jsou báze  $\mathbb{R}^3$  a  $\mathcal{Y} = ((2))$  je báze  $\mathbb{R}$ . Nalezněte neparametrické rovnice všech příček  $W_2$  a  $W_3$ , které leží ve  $W_1$ .

2. Nechtě  $M = \{x \in \mathcal{P}_3 \mid x(1) + 2x(-1) = 0 \wedge x(0) + x(1) = 0\}$ . Nechtě dále  $A \in \mathcal{L}(\mathcal{P}^3, \mathbb{C}^3)$

splňující  $Ax = \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $Ay = \begin{pmatrix} i \\ -1 \\ -i \end{pmatrix}$ ,  $Az = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ , kde

$$x(t) = -1 + t^2, \quad y(t) = -1, \quad z(t) = 2 - t - t^2 \text{ pro každé } t \in \mathbb{C}.$$

Najděte  $A(M)$ . (Připomeňme, že  $\mathcal{P}_3$  je prostor polynomů stupně nejvýše 2 s přidáním nulového polynomu.)

3. Nechtě  $\mathcal{X} = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right)$  je báze prostoru  $\mathbb{C}^3$ ,  $\varphi_1, \varphi_2 \in (\mathbb{C}^3)^\#$ ,  $(\varphi_1)_{\mathcal{X}^\#} = \begin{pmatrix} 1 \\ \alpha \\ 2 \end{pmatrix}$ ,

$\varphi_2(\vec{x}) = x_1 - \alpha x_2 - \frac{1}{2}x_3$  pro každé  $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^3$ . Nalezněte bázi jádra lineárního funkcionálu  $\varphi_1 - 2\varphi_2$  v závislosti na parametru  $\alpha \in \mathbb{C}$ .