

Zkoušková písemka LAP 4.2.2013

Jméno:

100 minut, alespoň 1,5 příkladu správně a 1 příklad úplně správně i numericky.

1. Necht $D \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_6, \mathcal{P}_5)$ je operátor derivování a $S \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_4, \mathcal{P}_5)$ je operátor integrování. Necht P je množina polynomů z \mathcal{P}_5 s nulovými koeficienty u lichých mocnin proměnné a Q je množina polynomů z \mathcal{P}_5 s nulovými koeficienty u sudých mocnin proměnné. Necht A_P je projektor na P podle Q . Najděte

$$(a) (A_P S)^{-1}(x) \quad (b) (A_P D)^{-1}(x),$$

kde $x \in \mathcal{P}$ splňuje $x(t) = t^2 + t^4$ pro každé $t \in \mathbb{C}$.

2. Necht $P, Q \subset \mathbb{R}^4$,

$$P = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right]_{\alpha} \quad \text{a} \quad Q \equiv \begin{matrix} 2x - 5y = 3 \\ x - y = 2 \end{matrix}.$$

Necht $W = P - 3Q = \{ \vec{x} - 3\vec{y} \mid \vec{x} \in P, \vec{y} \in Q \}$. Necht dále $\varphi \in (\mathbb{R}^4)^{\#}$

$$(\varphi)_{\mathcal{X}^{\#}} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{kde } \mathcal{X} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \text{ je báze } \mathbb{R}^4.$$

Najděte neparаметrické rovnice $W \cap \varphi^{-1}(2)$ v bázi \mathcal{X} .

3. Jsou dány lineární variety $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$.

$$W_1 = \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \varphi(\vec{x}) = 1 \wedge x_1^{\#}(\vec{x}) = 2 \},$$

kde $\varphi \in (\mathbb{R}^3)^{\#}$ a $\varphi(\vec{x}) = \alpha_1 + 2\alpha_2 + 3\alpha_3$ pro $(\vec{x})_{\mathcal{X}} = \left(\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} \right)$ a $\mathcal{X} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

$$W_2 \equiv x + 2y - 3z = 4.$$

Zapište jako afinní obal přímku, která je podprostorem \mathbb{R}^3 , protíná W_1 a je rovnoběžná s W_2 .