# Kontrolní test 2 27. 5. 2019 Jméno:

Snažte se využívat znalosti z teorie ke zjednodušení výpočtu. Tam, kde teorii využíváte, uveďte krátký komenář.

1. Nechť $Q$ je kvadratická forma v $\mathbb{R}^3$, která má ve standardní bázi tvar:

$$Q(\vec{x}) = x_2^2 - x_3^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_3.$$

   Najděte:

   (a) signaturu $Q$,

   (b) charakter $Q$,

   (c) polární bázi $Q$.

   (d) Nechť $\mathbb{A} = {}^{\mathcal{E}}Q$. Určete počet kladných vlastních čísel a počet záporných vlastních čísel matice $\mathbb{A}$. Je $\mathbb{A}$ diagonalizovatelná?

2. Nechť je v $\mathbb{R}^4$ pro každé $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}, \vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix}$ definován skalární součin jako

$$\langle \vec{x} | \vec{y} \rangle = x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_3y_3 + 2x_4y_4 + x_3y_4 + x_4y_3.$$

   Najděte OG bázi $P \subset\subset \mathbb{R}^4$, kde $P \equiv x + y + z - u = 0$.

3. Nechť jsou dány lineární variety $W_1$ a $W_2$ v eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^3$:

$$W_1 \equiv x - 2y = -1 \quad \text{a} \quad W_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right]_\lambda .$$

   Spočítejte vzdálenost $\rho(W_1, W_2)$ a úhel mezi $W_1$ a $W_2$.