

Kontrolní test 2**27. 5. 2019****Jméno:**

Snažte se využívat znalosti z teorie ke zjednodušení výpočtu. Tam, kde teorii využíváte, uveďte krátký komeňář.

1. Nechť Q je kvadratická forma v \mathbb{R}^3 , která má ve standardní bázi tvar:

$$Q(\vec{x}) = x_2^2 - x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3.$$

Najděte bázi \mathcal{A} (pokud existuje), pro niž:

$$(a) \quad {}^{\mathcal{A}}Q = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (b) \quad {}^{\mathcal{A}}Q = \begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Nechť je dán prostor $\mathcal{H}_3 = (\mathbb{R}^3, \langle \cdot | \cdot \rangle)$, kde skalární součin $\langle \cdot | \cdot \rangle$ má ve standardní bázi tvar:

$$\langle \vec{x} | \vec{y} \rangle = x_1y_1 + 3x_2y_2 + 2x_3y_3 + x_1y_2 + x_2y_1.$$

- (a) Doplněte $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ na ON bázi \mathcal{X} prostoru \mathcal{H}_3 .

- (b) Nechť $A \in \mathcal{L}(\mathcal{H}_3)$, přičemž

$${}^{\mathcal{X}}A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Je A ortogonální? Je A symetrický? Je A diagonalizovatelný? Vysvětlete.

3. Nechť jsou dány lineární variety W_1, W_2 v eukleidovském prostoru \mathbb{R}^3 :

$$W_1 \equiv \begin{array}{l} 2x - y = 1 \\ x - y + z = 1 \end{array} \quad \text{a} \quad W_2 \equiv \begin{array}{l} x = 2t + s \\ y = -t \\ z = -s \end{array}.$$

Spočítejte úhel mezi W_1 a W_2 a spočítejte také vzdálenost W_1 a W_2 .