

Kontrolní test 2**27. 5. 2019****Jméno:**

Snažte se využívat znalosti z teorie ke zjednodušení výpočtu. Tam, kde teorii využíváte, uveďte krátký komentář.

1. Nechť h je hermitovská forma v \mathbb{R}^3 , Q její diagonála. Nechť h má ve standardní bázi tvar:

$$h(\vec{x}, \vec{y}) = x_1y_2 + x_2y_1 - x_2y_3 - x_3y_2.$$

Najděte:

- (a) signaturu Q ,
- (b) charakter Q ,
- (c) polární bázi Q ,
- (d) nulprostor Q .

2. Nechť $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$, kde \mathbb{R}^3 je eukleidovský prostor (tedy se standardním skalárním součinem).

$$\varepsilon A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Čemu se rovná $A^*(\vec{a})$, kde $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$?
- (b) Je A normální operátor?
- (c) Pokud je to možné, najděte ortonormální bázi prostoru \mathbb{R}^3 sestavenou z vlastních vektorů A .

3. Nechť je dána lineární varieta W a bod \vec{a} v prostoru \mathbb{R}^3 se skalárním součinem definovaným pro každé $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ jako

$$\langle \vec{x} | \vec{y} \rangle = 2x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + x_2y_2 + x_3y_3.$$

$$W \equiv \begin{matrix} x & = & 1 & + & 2t & + & s \\ y & = & & - & 2t & & \\ z & = & 1 & & & - & s \end{matrix} \quad \text{a} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Najděte $Z(W)^\perp$.
- (b) Spočítejte vzdálenost $\rho(\vec{a}, W)$.