

Kontrolní test 1**15. 4. 2019****Jméno:**

Snažte se využívat znalosti z teorie ke zjednodušení výpočtu. Tam, kde teorii využíváte, uveďte krátký komeňář.

1. Necht' $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$

$${}^{\mathcal{X}}A^{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{a} \quad \mathcal{X} = \left(\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \right).$$

Najděte ${}^{\mathcal{E}}(A^{-1})$ a dále $\det(A^{-1})$.

2. Necht'

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (a) Najděte vlastní čísla \mathbb{A} .
(b) Najděte vlastní vektory \mathbb{A} .
(c) Je \mathbb{A} diagonalizovatelná? Pokud ano, najděte diagonální matici \mathbb{D} a regulární matici \mathbb{X} tak, aby $\mathbb{A} = \mathbb{X}\mathbb{D}\mathbb{X}^{-1}$.

3. (a) Vypočítejte determinant matice \mathbb{A} řádu n

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & \dots & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

- (b) Pro $n = 4$ spočtete $[\mathbb{A}^{-1}]_{21}$ a $[\mathbb{A}^{-1}]_{42}$ pomocí matice adjungované \mathbb{A}^{adj} .