

**Kontrolní test 1****15. 4. 2019****Jméno:**

Snažte se využívat znalosti z teorie ke zjednodušení výpočtu. Tam, kde teorii využíváte, uveďte krátký komentář.

1. Nechť

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Najděte  $\mathbb{A}^{-1}$ .
- Vyšetřete vlastní čísla a vlastní vektory matice  $\mathbb{A}$  a rozhodněte o její diagonalizovatelnosti.
- Vyšetřete vlastní čísla a vlastní vektory matice  $\mathbb{A}^{-1}$  a rozhodněte o její diagonalizovatelnosti.

2. Nechť  $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$ ,  $\mathcal{E}$  je standardní báze  $\mathbb{R}^3$  a  $\mathcal{X}$  je báze  $\mathbb{R}^3$ 

$$\mathcal{X} = \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right), \quad \mathcal{E} A \mathcal{X} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Najděte vlastní čísla  $A$ .
- Najděte vlastní vektory  $A$ .
- Je  $A$  diagonalizovatelný? Vysvětlete.

3. (a) Vypočítejte determinant matice  $\mathbb{A}$  řádu  $n$ 

$$\begin{vmatrix} n & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 3 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & n-1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

- Pro  $n = 4$  spočtete  $[\mathbb{A}^{-1}]_{24}$  a  $[\mathbb{A}^{-1}]_{32}$  pomocí matice adjungované  $\mathbb{A}^{\text{adj}}$ .