

Kontrolní test 1**15. 4. 2019****Jméno:**

Snažte se využívat znalosti z teorie ke zjednodušení výpočtu. Tam, kde teorii využíváte, uveďte krátký komentář.

1. Nechť $A \in \mathcal{L}(\mathcal{P}_3)$ definovaný pro každé $x \in \mathcal{P}_3$ a $t \in \mathbb{C}$

$$Ax(t) = x(t+1) - 2x(t).$$

Najděte $\mathcal{E}(A^{-1})$ a dále $\det(A^{-1})$, kde \mathcal{E} je standardní báze \mathcal{P}_3 a \mathcal{P}_3 je prostor polynomů stupně maximálně dva s přidáním nulového polynomu.

2. Nechť

$$\mathbb{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

V závislosti na parametru $\alpha \in \mathbb{R}$:

- Najděte vlastní čísla \mathbb{B} .
 - Najděte vlastní vektory \mathbb{B} .
 - Rozhodněte, zda \mathbb{B} je diagonalizovatelná. Pokud ano, najděte diagonální matici \mathbb{D} a regulární matici \mathbb{X} tak, aby $\mathbb{B} = \mathbb{X}\mathbb{D}\mathbb{X}^{-1}$.
3. (a) Vypočítejte determinant matice \mathbb{A} řádu n

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

- (b) Pro $n = 4$ spočítejte $[\mathbb{A}^{-1}]_{13}$ a $[\mathbb{A}^{-1}]_{33}$ pomocí matice adjungované \mathbb{A}^{adj} .