Kontrolní test 1 15. 4. 2019 Jméno:

Snažte se využívat znalosti z teorie ke zjednodušení výpočtu. Tam, kde teorii využíváte, uveďte krátký komenář.

1. Nechť
$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$
   (a) Najděte $\mathbb{A}^{-1}$.

   (b) Vyšetřete vlastní čísla a vlastní vektory matice $\mathbb{A}$ a rozhodněte o její diagonalizovatelnosti.

   (c) Vyšetřete vlastní čísla a vlastní vektory matice $\mathbb{A}^{-1}$ a rozhodněte o její diagonalizovatelnosti.

2. Nechť $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^3)$, $\mathcal{E}$ je standardní báze $\mathbb{R}^3$ a $\mathcal{X}$ je báze $\mathbb{R}^3$
$$\mathcal{X} = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right), \qquad {}^{\mathcal{X}}A^{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$
   (a) Najděte vlastní čísla A.

   (b) Najděte vlastní vektory A.

   (c) Je A diagonalizovatelný? Vysvětlete.

3. (a) Vypočítejte determinant matice $\mathbb{A}$ řádu n
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}.$$
   (b) Pro $n = 4$ spočtěte $[\mathbb{A}^{-1}]_{21}$ a $[\mathbb{A}^{-1}]_{34}$ pomocí matice adjungované $\mathbb{A}^{\mathrm{adj}}$.