

Cvika LAA7

- Je třeba doplnit si teorii ze zimního semestru, a to konkrétně následující sekce z kapitoly Lineární geometrie ve skriptech Lineární algebra 1: Lineární variety, Variety jako posunuté podprostory, Vzájemná poloha variet a operace s nimi, Variety jako průniky nadrovin

1. (cviko) Nechť $W \subset \mathbb{R}^2$, kde

$$W = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right]_{\lambda}.$$

Napište směrovou rovnici W , parametrické rovnice W ve standardní bázi a neparametrické rovnice W ve standardní bázi.

2. (cviko) Nechť $W \subset \mathbb{R}^2$, kde

$$W \equiv y = 2.$$

Napište parametrické rovnice W ve standardní bázi.

3. Nechť $W \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W \equiv \begin{array}{rcl} x & - & y & - & 2z & = & 1, \\ 2x & + & 3y & - & z & = & -2. \end{array}$$

Najděte parametrické rovnice W ve standardní bázi.

4. (cviko) Nechť $W \subset \mathbb{R}^4$, kde

$$W \equiv 2x - 3y = -4.$$

Najděte parametrické rovnice W ve standardní bázi.

5. Rozmyslete si, jaké případy mohou nastat pro průnik dvou lineárních variet v \mathbb{R}^2 a \mathbb{R}^3 .

Ve všech příkladech zní zadání stejně: Určete vzájemnou polohu a najděte průnik lineárních variet W_1 a W_2 .

- (a) Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^2$, kde

$$W_1 \equiv \begin{array}{rcl} x & = & 1 + t, \\ y & = & -1 + 2t, \end{array} \quad W_2 \equiv -2x + y = 3.$$

- (b) Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^2$, kde

$$W_1 \equiv x + y = 1, \quad W_2 \equiv x - y = 3.$$

- (c) (cviko) Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv \begin{array}{rcl} x + y + z & = & 1, \\ x - y & = & 2, \end{array} \quad W_2 \equiv \begin{array}{rcl} 2x & + & z = 3, \\ 2y & + & z = 1. \end{array}$$

- (d) (cviko) Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \quad W_2 \equiv \begin{array}{rcl} 2x & + & 3y & - & z & = & -2, \\ 2x & - & y & & & = & 2. \end{array}$$

- (e) Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \quad W_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right]_{\lambda}.$$

(f) (cviko) Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \quad W_2 \equiv \begin{cases} x = 1 + 3t + s, \\ y = 1 + t - s, \\ z = 1 + t + s. \end{cases}$$

(g) (cviko) Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \quad W_2 \equiv \begin{cases} x = 1 + 3t + s, \\ y = t - s, \\ z = t + s. \end{cases}$$

(h) (cviko) Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv x - y - 2z = 1, \quad W_2 \equiv 2x - y = 2.$$

(i) (cviko) Nechť $W_1, W_2 \subset \mathbb{R}^3$, kde

$$W_1 \equiv 2x + 3y + 4z = 2, \quad W_2 \equiv \begin{cases} x = 1 + t, \\ y = 4 - t - 2s, \\ z = -3 + t + 3s. \end{cases}$$

6. Nechť W_1, W_2, W_3 jsou lineární variety v \mathbb{R}^4 zadané následovně:

$$W_1 = \left[\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right]_{\lambda}, \quad W_2 \equiv \begin{cases} x = 1 + t - s, \\ y = 1 + t - s, \\ z = 1 + t - s, \\ u = 1 + t - s, \end{cases}$$

$$W_3 \equiv \begin{cases} x - y = 1, \\ x - z = 2. \end{cases}$$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte vzájemnou polohu W_1 a W_2 a průnik $W_1 \cap W_3$.

7. (cviko) Nechť W_1, W_2, W_3 jsou lineární variety v \mathbb{R}^4 zadané následovně:

$$W_1 \text{ je nejmenší lineární varieta obsahující vektory } \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, W_2 \equiv \begin{cases} x = 1 + t - 2s, \\ y = 1 + t - s, \\ z = 1 + t - s, \\ u = 1 + t - s, \end{cases}$$

$$W_3 \equiv \begin{cases} x - y + u = 0, \\ x - z = 0. \end{cases}$$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte vzájemnou polohu W_1 a W_2 a průnik $W_2 \cap W_3$.

8. (cviko) Nechť W_1, W_2 jsou lineární variety v prostoru \mathbb{R}^4 zadané následovně:

$$W_1 \text{ je nejmenší lineární varieta obsahující vektory } \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, W_2 \equiv \begin{cases} x = 1 + t - 2s, \\ y = 1 + t - s, \\ z = 1 + t - s, \\ u = t - s. \end{cases}$$

Určete, o jaké lineární variety se jedná. Najděte vzájemnou polohu W_1 a W_2 a průnik $W_1 \cap W_2$.