

# Cvičení LAA11

## Metrická geometrie

1. Necht  $P \subset \mathbb{R}^4$  se skalárním součinem definovaným

$$\langle \vec{x} | \vec{y} \rangle = x_1 y_1 + 2x_2 y_2 + x_3 y_3 + 3x_4 y_4 - x_3 y_4 - x_4 y_3.$$

Necht  $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$  a  $P \equiv \begin{cases} x + y + z - u = 0 \\ y - 2u = 0 \end{cases}$ . Spočtete  $\rho(\vec{a}, P)$ .

2. Necht  $\mathbb{R}^3$  je eukleidovský prostor, necht jsou dány lineární variety  $W_1 \equiv x + 5y + z = 3$

a  $W_2 = \left[ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \right]_{\alpha}$ . Určete  $\rho(W_1, W_2)$ .

3. Určete, jaký úhel svírají lineární variety  $W_1, W_2$  v eukleidovském prostoru  $\mathbb{R}^3$ , je-li

$$W_1 \equiv \begin{cases} x + y + 3z = 1 \\ x - y - z = 2 \end{cases} \quad \text{a} \quad W_2 = \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} \right]_{\alpha}.$$

4. Necht jsou dány lineární variety  $W_1, W_2$  v eukleidovském prostoru  $\mathbb{R}^2$

$$W_1 \equiv x = 0, \quad W_2 \equiv 3x - 4y = -12.$$

Najděte všechny body variety  $W_1$ , které mají stejnou vzdálenost od bodu  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  a od  $W_2$ .

5. V  $\mathbb{R}^2$  se skalárním součinem

$$\langle \vec{x} | \vec{y} \rangle = 2x_1 y_1 + x_2 y_2 - x_1 y_2 - x_2 y_1$$

najděte neparаметrické rovnice přímky  $p$ , která splňuje

(a)  $p \parallel W$ , kde  $W \equiv x - 2y = 3$ ,

(b)  $\rho\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, p\right) = \sqrt{5}$ .

6. Necht

$$W_1 \equiv \begin{cases} 2x + y - z = -3 \\ x - y + 4z = 0 \end{cases} \quad \text{a} \quad W_2 \equiv x - y = 0$$

jsou lineární variety v eukleidovském prostoru  $\mathbb{R}^3$ . Nalezněte parametrické rovnice všech

přímeček  $p$ , které procházejí bodem  $\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$  a  $\angle pW_1 = \frac{\pi}{2}$  a  $\angle pW_2 = \frac{\pi}{6}$ .

## Domácí úkoly

1. Necht jsou dány lineární variety  $W_1, W_2$  v eukleidovském prostoru  $\mathbb{R}^3$

$$W_1 \equiv \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{a} \quad W_2 \equiv \begin{cases} x + z = 0 \\ y = -5 \end{cases}.$$

Najděte parametrické rovnice všech příček  $W$  lineárních variet  $W_1$  a  $W_2$ , které splňují  $\angle WW_1 = \frac{\pi}{3}$  a  $\angle WW_2 = \frac{\pi}{2}$ .

2. V prostoru  $\mathbb{R}^3$  se skalárním součinem  $\langle \vec{x} | \vec{y} \rangle = x_1 y_1 - x_1 y_2 - x_2 y_1 + 2x_2 y_2 + x_3 y_3$  je dána lineární varieta  $W \equiv x + 2y - 3z = 2$  a bod  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Určete  $\rho(\vec{a}, W)$ .

3. Určete  $\rho\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, u\right)$  v eukleidovském prostoru  $\mathbb{R}^3$ , kde  $u = \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \right]_{\kappa}$ .