# Zkoušková písemka LAA2 19.6.2013 Jméno:

100 minut, alespoň 1,5 příkladu správně a 1 příklad úplně správně (až na drobné numerické chyby).

1. Nechť $W_1, W_2$ jsou lineární variety v $\mathbb{R}^3$ se skalárním součinem
$$\langle \vec{x} \mid \vec{y} \rangle = 3x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_3 + x_3y_2,$$
kde $\vec{x} = \left(\begin{smallmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{smallmatrix}\right)$ a $\vec{y} = \left(\begin{smallmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{smallmatrix}\right)$.
$$W_1 \equiv \quad x + y + z \quad = \quad -1, \qquad W_2 \equiv \begin{array}{rcr} y - z & = & -1, \\ x + 2y & = & 0. \end{array}$$
   (a) Najděte neparametrické rovnice všech přímek $W$, které jsou rovnoběžné s $W_1$, svírají úhel $\frac{\pi}{2}$ s $W_2$ a procházejí bodem $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.

   (b) Určete vzdálenost bodu $\begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ od $W$.

2. Nechť $\mathcal{X} = (\vec{e}_4, \vec{e}_3, \vec{e}_2, \vec{e}_1)$ je báze $\mathbb{R}^4$, kde $\vec{e}_i$ značí $i$-tý vektor standardní báze. Dále $A \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^4)$ splňuje
$${}^{\mathcal{E}}A^{\mathcal{X}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \alpha \\ 0 & -1 & \alpha & 0 \\ 0 & -\alpha & 1 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
Zjistěte, pro jaká $\alpha$ je $A$ diagonalizovatelný operátor.

3. Nechť $Q$ je kvadratická forma v $\mathbb{R}^3$. Nechť $\mathcal{X} = \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ je báze $\mathbb{R}^3$. Nechť
$${}^{\mathcal{X}}Q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$
   (a) Najděte ${}^{\mathcal{E}}Q$.

   (b) Určete signaturu $Q$.

   (c) Vyšetřete nulprostor $Q$.