

Cvičení LAA9

Metrická geometrie

1. Necht $P \subset \mathbb{R}^4$ se skalárním součinem definovaným

$$\langle \vec{x} | \vec{y} \rangle = x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3 + 3x_4y_4 - x_3y_4 - x_4y_3.$$

Necht $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ a $P \equiv \begin{cases} x + y + z - u = 0 \\ y - 2u = 0 \end{cases}$. Spočtete $\rho(\vec{a}, P)$.

2. Necht \mathbb{R}^3 je eukleidovský prostor, necht jsou dány lineární variety $W_1 \equiv x + 5y + z = 3$ a $W_2 = \left[\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \right]_\alpha$. Určete $\rho(W_1, W_2)$.

3. Určete, jaký úhel svírají lineární variety W_1, W_2 v eukleidovském prostoru \mathbb{R}^3 , je-li

$$W_1 \equiv \begin{cases} x + y + 3z = 1 \\ x - y - z = 2 \end{cases} \quad \text{a} \quad W_2 = \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} \right]_\alpha.$$

4. Necht jsou dány lineární variety W_1, W_2 v eukleidovském prostoru \mathbb{R}^2

$$W_1 \equiv x = 0, \quad W_2 \equiv 3x - 4y = -12.$$

Najděte všechny body variety W_1 , které mají stejnou vzdálenost od bodu $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ a od W_2 .

5. V \mathbb{R}^2 se skalárním součinem

$$\langle \vec{x} | \vec{y} \rangle = 2x_1y_1 + x_2y_2 - x_1y_2 - x_2y_1$$

najděte neparаметrické rovnice přímky p , která splňuje

(a) $p \parallel W$, kde $W \equiv x - 2y = 3$,

(b) $\rho\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, p\right) = \sqrt{5}$.

6. Necht

$$W_1 \equiv \begin{cases} 2x + y - z = -3 \\ x - y + 4z = 0 \end{cases} \quad \text{a} \quad W_2 \equiv x - y = 0$$

jsou lineární variety v eukleidovském prostoru \mathbb{R}^3 . Naleznete parametrické rovnice všech přímek p , které procházejí bodem $\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix}$ a $\angle pW_1 = \frac{\pi}{2}$ a $\angle pW_2 = \frac{\pi}{6}$.

7. Necht jsou dány lineární variety W_1, W_2 v eukleidovském prostoru \mathbb{R}^3

$$W_1 \equiv \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases} \quad \text{a} \quad W_2 \equiv \begin{cases} x + z = 0 \\ y = -5 \end{cases}.$$

Najděte parametrické rovnice všech příček W lineárních variet W_1 a W_2 , které splňují $\angle WW_1 = \frac{\pi}{3}$ a $\angle WW_2 = \frac{\pi}{2}$.

8. V prostoru \mathbb{R}^3 se skalárním součinem $\langle \vec{x} | \vec{y} \rangle = x_1 y_1 - x_1 y_2 - x_2 y_1 + 2x_2 y_2 + x_3 y_3$ je dána lineární varieta $W \equiv x + 2y - 3z = 2$ a bod $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Určete $\rho(\vec{a}, W)$.

9. Určete $\rho\left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, u\right)$ v eukleidovském prostoru \mathbb{R}^3 , kde $u = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}\right]_{\kappa}$.