Zápočtová písemka číslo 2 SKUPINA C

Praxe

1. Najděte průnik lineárních variet W_1, W_2 v eukleidovském $\mathbb{R}^3$. Určete, o jaké lineární variety se jedná.

$$W_1 \equiv \quad x + y - z = 3 \quad \text{ a } \quad W_2 \equiv \begin{array}{l} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 0 \end{array}.$$

   [3 body]

2. Najděte ON bázi unitárního $\mathbb{C}^3$ obsahující vektor $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}$.

   [3 body]

3. Najděte vlastní čísla a vlastní vektory matice $\mathbb{A}$ a rozhodněte, zda je matice $\mathbb{A}$ diagonalizovatelná. Musí být jasné, podle čeho jste o diagonalizaci rozhodli.

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

   [4 body]

Teorie

Tvrzení uvádějte i s předpoklady!!!

1. (a) Definujte skalární součin.

   (b) Najděte standardní skalární součin $< \vec{x}|\vec{y} >$, kde $\vec{x}, \vec{y}$ z unitárního $\mathbb{C}^4$ a $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -i \\ 1+i \end{pmatrix}$, $\vec{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1+i \\ -2 \end{pmatrix}$?

   [4 body]

2. (a) Definujte podobnost matic.

   (b) Rozhodněte, zda $\mathbb{A}$ a $\mathbb{B}$ jsou podobné. Vysvětlete. $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ a $\mathbb{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   [3 body]

3. Vyslovte dvě věty, které popisují vztah mezi lineárními varietami a posunutými podprostory. Speciálně u věty, která říká, že variety jsou posunuté podprostory, chci naprosto přesné znění.

   [3 body]