Zápočtová písemka číslo 1 SKUPINA A

Praxe

1. V závislosti na parametru $\alpha \in \mathbb{R}$ najděte všechna řešení soustavy

$$\begin{array}{rcrcrcr} \alpha x & + & y & + & z & = & \alpha^2 \\ -\alpha x & + & y & - & z & = & -\alpha \\ \alpha x & & & + & z & = & \alpha \end{array} .$$

   [3 body]

2. Najděte vlastní čísla a k nim příslušné LN vlastní vektory matice $\mathbb{A}$

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -3 & -3 & -3 \end{pmatrix} .$$

   [3 body]

3. Nechť

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} .$$

   Spočtěte

   (a) $\mathbb{A}^{-1}$ pomocí úplné Gaussovy eliminace,

   (b) prvek $(\mathbb{A}^{-1})_{23}$ najděte také pomocí matice adjungované (z výpočtu musí být zřejmé, jak jste postupoval(a)).

   [4 body]

Teorie

Tvrzení uvádějte i s předpoklady!!!

1. Definujte determinant matice (znaménko definovat nemusíte). Jak mění ekvivalentní řádkové úpravy determinant matice?

   [4 body]

2. Vyslovte Frobeniovu větu.

   [3 body]

3. Definujte regulární matici. Vyslovte tvrzení, která charakterizují regularitu $\mathbb{A}$ (tj. jsou ekvivalentní s tvrzením $\mathbb{A}$ je regulární)

   (a) pomocí řešení homogenní soustavy s maticí $\mathbb{A}$,

   (b) pomocí $\mathbb{A}^{-1}$,

   (c) pomocí vlastních čísel $\mathbb{A}$,

   (d) pomocí determinantu $\mathbb{A}$.

   [3 body]