Zápočtová písemka číslo 2 SKUPINA A

Praxe

1. Najděte vlastní čísla a k nim příslušné vlastní vektory a rozhodněte, zda $\mathbb{A}$ je diagonalizovatelná, když $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   [3 body]

2. Doplňte vektor $\frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ na ortonormální bázi prostoru $\mathbb{R}^3$, ve kterém je zadán $\mathbb{A}$-skalární součin, kde $\mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   [3,5 bodu]

3. V eukleidovském prostoru $\mathbb{R}^3$ jsou dány variety W_1 a W_2, kde

$$W_1 = [\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}]_\alpha \quad \text{a} \quad W_2 = [\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}]_\lambda.$$

   Určete, o jaké lineární variety jde. Najděte jejich průnik a určete jejich vzdálenost.

   [3,5 bodu]

Teorie

1. Definujte diagonalizovatelnou matici. Uveďte kritérium, podle kterého jste zjistili, zda matice $\mathbb{A}$ z 1. příkladu je diagonalizovatelná. (Využijete-li pojem násobnost, definujte jej.)

   [3 body]

2. Definujte hermitovskou matici. Co víte o jejím spektru? Co víte o jejích vlastních vektorech? Je matice z 1. příkladu hermitovská?

   [3 body]

3. Definujte spojnici bodů, lineární varietu a afinní obal. Vyslovte alespoň jedno tvrzení, ve kterém se vyskytuje linární varieta i afinní obal.

   [4 body]