Frobeniova věta

1. Nalezněte množinu všech řešení následující lineární rovnice.

$$2x + y - z + t - 3u = 1$$

2. Nalezněte množinu všech řešení následující soustavy lineárních algebraických rovnic (LAR).

$$\begin{array}{rcrcrcrcrl} 2x & + & y & - & z & + & t & - & 3u = & 1 \\ -11x & + & 2y & & & - & t & + & 3u = & -1 \end{array}$$

3. Najděte množinu všech řešení následující homogenní soustavy LAR v závislosti na parametrech α, β.

$$\begin{array}{rcrcrcl} \alpha x & + & y & + & z & = & 0 \\ x & + & \beta y & + & z & = & 0 \\ x & + & y & + & \gamma z & = & 0 \end{array}$$

4. Najděte množinu všech řešení následující soustavy LAR v závislosti na parametru λ.

$$\begin{array}{rcrcrcl} \lambda x & + & 2\lambda y & + & z & = & 1 \\ 2x & + & \lambda^2 y & + & (\lambda+1)z & = & \lambda \end{array}$$

5. Najděte množinu všech řešení následující soustavy LAR v závislosti na parametrech α, β.

$$\begin{array}{rcrcrcl} (2\alpha-1)x & - & y & & & = & 2\beta-3 \\ (\alpha+2)x & & & + & 2z & = & \beta \\ -x & - & 2y & + & z & = & 3 \end{array}$$

6. Dokažte, že má-li následující soustava LAR právě jedno řešení, pak $\alpha\beta\gamma \neq 0$. Nalezněte toto řešení.

$$\begin{array}{rcrcrcl} \beta x & + & \alpha y & & & = & \gamma \\ \gamma x & & & + & \alpha z & = & \beta \\ & & \gamma y & + & \beta z & = & \alpha \end{array}$$

7. Najděte množinu všech řešení následující soustavy LAR v závislosti na parametrech α, β, kde $\alpha \in \mathbb{R}$.

$$\begin{array}{rcrcrcl} \alpha x & + & \beta y & + & z & = & \alpha \\ \beta x & + & y & + & 2z & = & 1 \\ \alpha x & + & y & + & z & = & \beta \end{array}$$

8. Najděte α, β, γ tak, aby $\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$ bylo řešením následující soustavy LAR.

$$\begin{array}{rcrcrcl} 4x & - & 2y & + & 2z & = & \alpha \\ 2x & & & + & 2z & = & \beta \\ -x & + & y & + & z & = & \gamma \end{array}$$