Číselné řady s obecnými členy

Je třeba znát Dirichletovo, Abelovo, Leibnizovo, zobecněné Gaussovo kritérium, dále vědět, co se děje, uzávorkujeme-li řadu tak, že počet členů v závorce je omezený, a přerovnáme-li řadu

Zkoumejte absolutní a neabsolutní konvergenci následujících řad

1. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}$
2. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(n+(-1)^n)^p}$
3. $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{n+\beta^n},\ \alpha \in \mathbb{R},\ \beta > 0$
4. $\sum_{n=2}^{+\infty} \ln(1 + \frac{(-1)^n}{n^p}),\ p > 0$
5. $\sum_{n=0}^{+\infty} \binom{\alpha}{n}$
6. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} \frac{(-1)^n}{n^q}$
7. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin n}{n}$
8. $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[100]{n}} \frac{n-1}{n+1}$$
9. $$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{\binom{n}{2}}}{\ln(n+1)}$$

Spočtěte nejprve součet následující řady pomocí znalosti $\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \ln n + \gamma + \varepsilon_n$, kde $\gamma \in (0,1)$ je tzv. Eulerova konstanta a $\lim_{n\to\infty} \varepsilon_n = 0$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}.$$

Poté určete součet řady, která z ní vznikne přerovnáním, při kterém

1. po 2 kladných členech následuje 1 záporný, tj.
$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \dots$$
2. po p kladných členech následuje q záporných