

Číselné řady s kladnými členy

Je třeba znát srovnávací kritéria (a charakter srovnávacích řad $\sum_{n=1}^{+\infty} q^n$, $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}$, $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \ln n}$), dále podílové (d'Alembertovo) kritérium, odmocninové (Cauchyho) kritérium, Raabeovo kritérium, Gaussovo kritérium

Rozhodněte o charakteru následujících řad

1. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n n!}{n^n}$, $x > 0$
2. $\sum_{n=3}^{+\infty} (\sqrt{2} - \sqrt[3]{2})(\sqrt{2} - \sqrt[4]{2}) \dots (\sqrt{2} - \sqrt[n]{2})$
3. $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^n \sin\left(\frac{1}{3^n}\right)$
4. $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$
5. $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n + n^3}{n - (-3)^n}$
6. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{\ln n}}$
7. $\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{2 + \cos n}{3 + \cos n}\right)^n$
8. necht $x > 0$ $\sum_{n=1}^{+\infty} (2 - x)(2 - \sqrt{x})(2 - \sqrt[3]{x}) \dots (2 - \sqrt[n]{x})$
(nejprve Raabeovo, poté Gaussovo kritérium)
9. $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n(n-1)}$
10. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n! e^n}{n^{n+p}}$, $p \in \mathbb{R}$
11. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi}{n}$
12. $\sum_{n=2}^{+\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})^p \ln\left(\frac{n-1}{n+1}\right)$, $p \in \mathbb{R}$
13.
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}}{n \ln^2(n+1)}$$
14. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a(a+1)\dots(a+n-1)}{n! n^p}$, $a, p \in \mathbb{R}$
15. $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{1}{(\ln n)^{\ln \ln n}}$
16. $\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{1}{(\ln \ln n)^{\ln n}}$
17. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha \ln^\beta n}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
18. $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \sqrt{\ln \frac{n+1}{n}}\right)$
19. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt[n]{n} - 1}{n^\alpha}$
20. $\sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg}^n\left(\alpha + \frac{\beta}{n}\right)$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$
21. $\sum_{n=1}^{+\infty} (n^{n^\alpha} - 1)$

$$22. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln(1+\alpha^n)}{n^\beta}, \quad \alpha > 0$$

Spočtete si sami součty následujících řad (jde o zopakování nápadů, které se objevovaly při počítání sum a limit posloupností)

$$1. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$$

$$2. \sum_{n=1}^{+\infty} \binom{r}{n} q^n, \quad r \in \mathbb{N}$$

$$3. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

$$4. \text{nechť } |q| < 1 \quad \sum_{n=1}^{+\infty} q^n \sin(n\alpha) \quad \text{a} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} q^n \cos(n\alpha)$$

$$5. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$$

$$6. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n-1}{2^n}$$

$$7. \sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$$