

Řešení vzorové písemky a vyšetřování různých vlastností funkcí 14.12.-19.12.2009

Je třeba znát pojmy: lokální a globální maximum a minimum, asymptota, tečna grafu funkce, dále je třeba vědět, jak spolu souvisí f' a monotonie a f'' a konvexnost, resp. konkávnost

1. Vy počítejte $\lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x)^{\operatorname{tg} x}$
2. Vy počítejte $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$
3. Vyšetřete průběh funkcí
 - (a) $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$
 - (b) $f(x) = \arccos \frac{1-x^2}{1+x^2}$
 - (c) $f(x) = \arccos \frac{1-x}{1-2x}$
 - (d) $f(x) = e^{-x} \sin x$
 - (e) $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$
 - (f) $f(x) = \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$
 - (g) $f(x) = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$
4. Ve kterých bodech je tečna ke grafu funkce $f(x) = 2 + x - x^2$ rovnoběžná
 - (a) s osou x ?
 - (b) s přímkou $y = x$?
5. Nalezněte všechny body, ve kterých má graf funkce $f(x) = x + \sqrt[3]{\sin x}$ tečnu rovnoběžnou s osou y
6. Nalezněte rovnici tečny k elipse $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ v bodě $(6; 6, 4)$
7. Pod jakým úhlem protíná graf funkce $f(x) = \ln x$ osu x ?
8. Pod jakým úhlem protíná graf funkce $f(x) = e^{\frac{x}{2}}$ přímkou $x = 2$?
9. Úsečku rozdělte na dvě části tak, aby součet obsahů čtverců sestavených nad oběma částmi byl minimální
10. Ze všech obdélníků s daným obsahem určete ten, který má nejmenší obvod
11. Do elipsy s délkami poloos a, b vepište obdélník, jehož strany jsou rovnoběžné s osami elipsy a jeho obsah je maximální