

Vyšetřování průběhu funkce 14.12.2009

Je třeba znát pojmy: lokální a globální maximum a minimum, konvexnost, konkávnost, inflexní bod, asymptota, dále je třeba vědět, jak spolu souvisí f' a monotonie, f'' a konvexnost, resp. konkávnost

Postup:

1. D_f , průsečíky grafu s osami, sudost, lichost, periodičita
2. spojitost, body nespojitosti, existence asymptot
3. existence derivace f' , lokální a globální extrémy
4. existence f'' , konvexnost, konkávnost
5. průběžné kreslení grafu

Vyšetřete průběh následujících funkcí

1. $f(x) = 3x^2 - x^3$
2. $f(x) = x\sqrt{1-x^2}$
3. $f(x) = e^x \cos x$
4. $f(x) = x^x$
5. $f(x) = \frac{|x-1|}{x^2}$
6. $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$
7. $f(x) = xe^{-x}$
8. $f(x) = x^n e^{-x}$, $n \in \mathbb{N}$
9. $f(x) = \sqrt{x} \ln x$
10. $f(x) = x \ln^2 x$
11. $f(x) = x^2 \ln x$
12. $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$
13. $f(x) = x + \sin x$
14. $f(x) = |x|e^{-|x-1|}$
15. Jen jedna z následujících funkcí má v 0 lokální extrém, a přitom $f'(0) = g'(0) = 0$

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{pro } x \neq 0 \\ 0 & \text{pro } x = 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{1}{x^2}} & \text{pro } x \neq 0 \\ 0 & \text{pro } x = 0 \end{cases}$$

Vyšetřete monotonii, lokální a globální extrémy, supremum a infimum následujících funkcí v uvedených intervalech;

1. $f(x) = 2x^2 - 8x + 1, \quad < 1, 4 >$

2. $f(x) = |2x^2 - 8x + 1|, \quad (1, 4)$

3. $f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 1, \quad (-\infty, +\infty)$

4. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+a}, \quad a > 0, \quad (-\infty, +\infty)$

5. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}, \quad < 0, 4 >$

6. $f(x) = \arctg \frac{1-x}{1+x}, \quad < 0, 1 >$

7. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}, \quad (-\infty, +\infty)$

8. $f(x) = \frac{\sin x}{x}, \quad (0, \pi)$

9. $f(x) = xe^{-x^2}, \quad (-\infty, +\infty)$

Ověřte, že funkce $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$ má tři inflexní body x, y, z , pro které platí, že $(x, f(x)), (y, f(y)), (z, f(z))$ leží na přímce