

Derivace funkcí 4. a 7.12.2009

Je třeba znát definici derivace, vědět, že pro danou funkci f má smysl uvažovat derivaci jen v bodech z $D_f \cap D'_f$

Dále víme, že je-li f v bodě a diferencovatelná, pak je v a spojitá

K výpočtům budeme využívat věty

- o derivaci součtu, rozdílu, součinu a podílu funkcí
- o derivaci složené funkce

Z předchozích cvičení a z přednášek znáte derivace následujících funkcí

$f(x)$	$f'(x)$	pro
x^n	$n \cdot x^{n-1}$	$x \in R, n \in N$
x^n	$n \cdot x^{n-1}$	$x \in R - \{0\}, n \in Z - N_0$
x^α	$\alpha \cdot x^{\alpha-1}$	$x > 0, \alpha \in R$
a^x	$a^x \ln a$	$x \in R, a > 0$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$x > 0$
$\sin x$	$\cos x$	$x \in R$
$\cos x$	$-\sin x$	$x \in R$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$x \in (\frac{-\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi), k \in Z$
$\operatorname{cotg} x$	$\frac{-1}{\sin^2 x}$	$x \in (k\pi, \pi + k\pi), k \in Z$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \in (-1, 1)$
$\arccos x$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$x \in (-1, 1)$
$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$x \in R$
$\operatorname{arccotg} x$	$\frac{-1}{1+x^2}$	$x \in R$
$\sinh x$	$\cosh x$	$x \in R$
$\cosh x$	$\sinh x$	$x \in R$

Nederivujte mechanicky! Vždy nejdříve určete D_f a D'_f a poté aplikujte vzorce, které znáte, a zamyslete se nad tím, v kterých bodech definičního oboru je výsledek platný; ve zbývajících bodech vypočítejte derivace z definice

Najděte derivace následujících funkcí všude, kde existují

1.

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

2.

$$f(x) = \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{2x^2} - \frac{2}{x}$$

3.

$$f(x) = (1 - x^2)^2(1 - x^3)^3$$

4.

$$f(x) = \frac{1 + x^2}{1 - x^2}$$

5.

$$f(x) = x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$$

6.

$$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

7.

$$f(x) = x\sqrt{1+x^2}$$

8.

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$$

9.

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}$$

10.

$$f(x) = \cos 2x - 2 \sin x$$

11.

$$f(x) = \sqrt{\sin \sqrt{x}}$$

12.

$$f(x) = \frac{\sin^2 x}{\sin x^2}$$

13.

$$f(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2} - \operatorname{cotg} \frac{x}{2}$$

14.

$$f(x) = 2^{\sqrt{\sin^2 x}}$$

15.

$$f(x) = 3^{2^x}$$

16.

$$f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$$

17.

$$f(x) = e^x + e^{e^x} + e^{e^{e^x}}$$

18.

$$f(x) = x^{a^a} + a^{x^a} + a^{a^x}$$

19.

$$f(x) = \ln |x|$$

20.

$$f(x) = \ln \ln \ln x$$

21.

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$$

22.

$$f(x) = \ln \ln \sin x$$

23.

$$f(x) = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2}$$

24.

$$f(x) = x + x^x + x^{x^x}$$

25.

$$f(x) = x^{\frac{1}{x}}$$

26.

$$f(x) = \frac{1}{x^{\frac{1}{x}}}$$

27.

$$f(x) = \operatorname{tgh} x$$

28.

$$f(x) = \operatorname{cotgh} x$$

29.

$$f(x) = \ln \sinh x$$