

---

# Generátory pseudonáhodných čísel

Používané generátory, testování, proudové šifry

# Generátory pseudonáhodných čísel

---

- ▶ Další generátory
- ▶ Testování generátorů
- ▶ Proudové šifry
- ▶ Slabiny
  - ▶ Pro kryptografii výhodné hardwarové generátory náhodných čísel

# Blum, Blum and Shub

---

- ▶ Považován za bezpečný
- ▶ Parametry
  - ▶  $N = p * q$  ( $p, q$  velká prvočísla, kongruentní k 3 mod 4)
  - ▶  $X_0 = x^2 \text{ mod } N$
- ▶  $X_i = x_{i-1}^2 \text{ mod } N$
- ▶  $X_i = x_{i-1}^{(2^i)} \text{ mod } ((p-1)(q-1))$ 
  - ▶ Není potřeba počítat postupně!
- ▶ Vhodné pro generování proudových šifer, ale pomalé!

# Testování generátorů

---

- ▶ Potřeba testovat kvalitu generátorů

„Jak kvalitně se generovaná posloupnost čísel blíží náhodné?“

- ▶ Stanovená pravidla pro generování pseudonáhodných posloupností
- ▶ Sestavy statistických testů

# Kritéria BSI

---

- ▶ **Německý federální úřad pro informační bezpečnost**
  - ▶ Kritéria kvality deterministických generátorů
- ▶ **Kritéria**
  - ▶ K1 - Nízká pravděpodobnost stejných úseků po sobě
  - ▶ K2 - Neodlišitelné statistickými testy od náhodné posloupnosti
  - ▶ K3 - Z žádné části nelze zjistit předchozí nebo následující znaky
  - ▶ K4 - Z vnitřního stavu generátoru (parametrů) nelze odvodit předchozí znaky ani stavy generátoru
    - ▶ K4 pro použití v kryptografii nutné!

# Statistické testy

---

- ▶ Různé sestavy testů, empiricky potvrzena jejich vypovídací hodnota
- ▶ Testování hypotézy
  - ▶ Shoduje se vygenerovaná posloupnost s náhodným rovnoměrným rozdělením?
- ▶ BSI – 5 testů
- ▶ NIST – 16 testů

# Statistické testy

---

## ▶ Frekvenční test (monobits)

- ▶ Počet 0 a 1 v celé posloupnosti by měl být „stejný“
- ▶ Počet 0 a 1 v části posloupnosti (M-bitů) by měl být  $M/2$

## ▶ Runs test

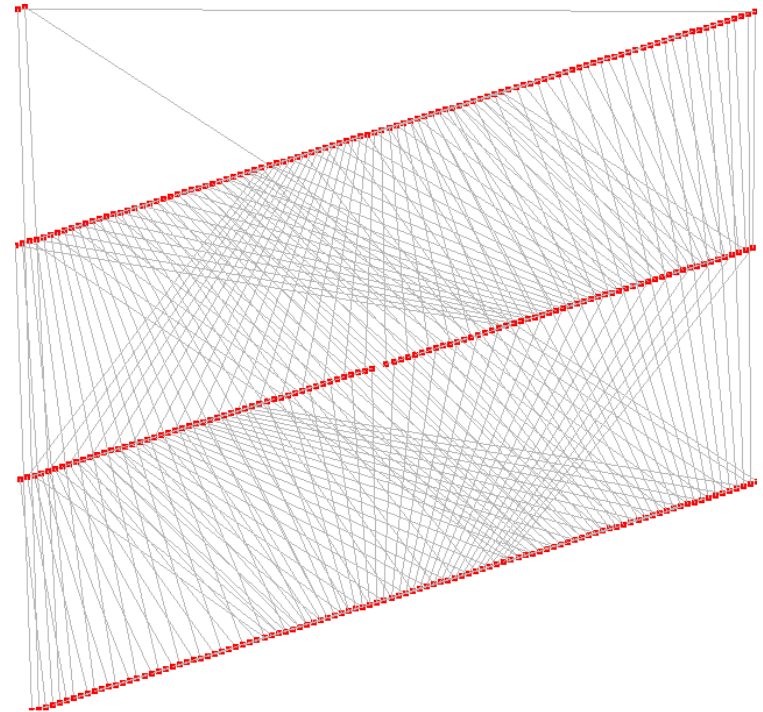
- ▶ Zjišťuje množství a délku posloupností samých 0 nebo 1
- ▶ Porovnává s náhodnou posloupností
- ▶ Možné porovnávat i v blocích délky  $M$

## ▶ Poker test

- ▶ Vyjádření posloupnosti jako celá čísla – rozdělení na pětice
- ▶ Rozdělení na kategorie – počet stejných hodnot ve skupině?
- ▶ Chi-kvadrát test shody s očekávanými hodnotami

# Spektrální test

- ▶ Diskrétní fourierova transformace
  - ▶ Zjištění periodicity posloupnosti (opakované vzory blízko sebe)
  - ▶ Zaměřuje se na maximální hodnoty DFT



Lineární kongruenční g. n. č.



# Spektrální test

---

- ▶ LCG(m, a, b, y<sub>0</sub>)

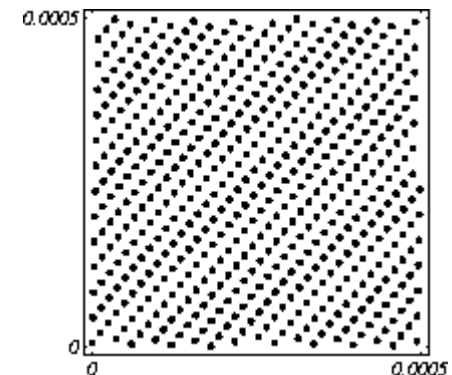
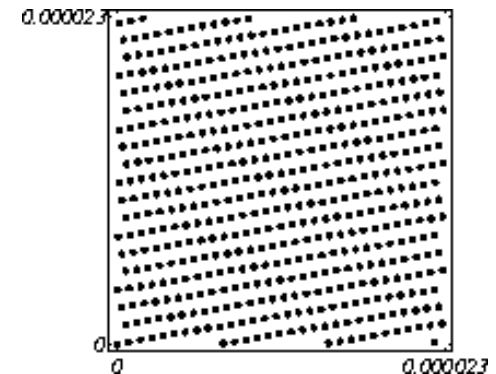
$$y_{n+1} \equiv ay_n + b \pmod{m}$$

- ▶ Maple

- ▶ LCG(1012-11, 427419669081, 0, 1)

- ▶ ANSI C rand() function

- ▶ LCG(231, 1103515245, 12345, 12345)



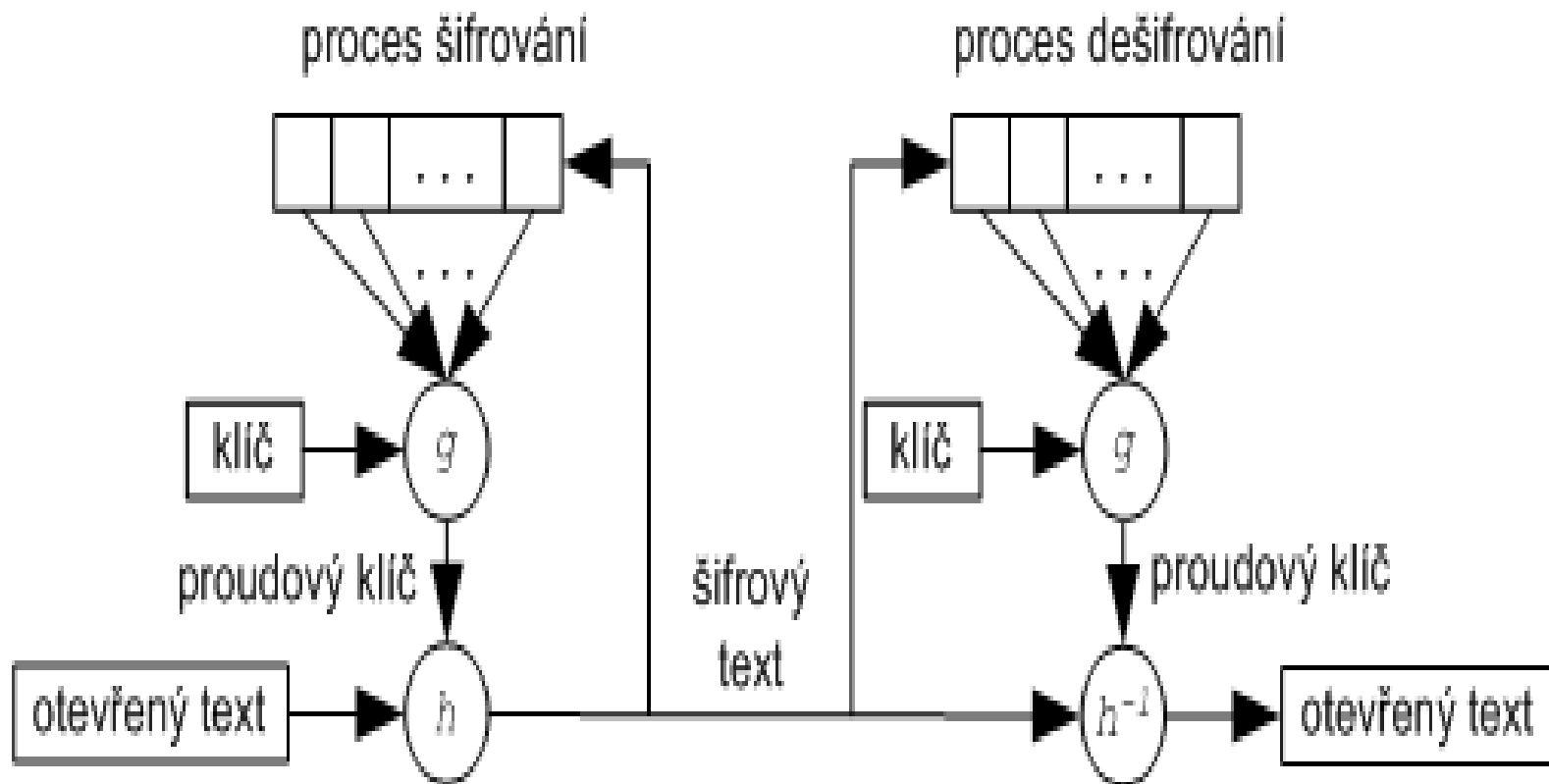
# Proudové šifry

---

- ▶ Podobné Vernamově šifře
- ▶ Z klíče se pomocí posloupnosti pseudonáhodných čísel vygeneruje posloupnost klíčů
- ▶ Každým klíčem je zakódován pouze jeden znak
  
- ▶ Synchronní
  - ▶ Když je ztracen jeden bit, ztraceny i všechny ostatní
  
- ▶ Samo-synchronizační
  - ▶ Když je ztracen bit, ztraceno jen dalších  $n$ -bitů



# Proudové šifry - asynchronní



# Slabiny generátorů a šifer

---

- ▶ Pro proudové šifry – znovupoužití klíče
  - ▶  $E(A) = A \text{ xor } C$
  - ▶  $E(B) = B \text{ xor } C$
- ▶ Windows 2000
  - ▶ Ze stavu generátoru lze odhadnout předchozí i následující stavy
  - ▶ Odhaleno 2007
- ▶ Debian OpenSSL
  - ▶ Změna v roce 2006 – podle překladače redundantní kód
  - ▶ Dramaticky snížilo entropii generovaných hodnot
  - ▶ Odhaleno 2008

# GSM šifra A5

---

- ▶ Používá se pro spojení mezi telefonem a základovou stanicí (jinde nešifrováno)
- ▶ Klíč uložen na SIM kartě
  
- ▶ Verze A5/1
  
- ▶ A5/2
  
- ▶ A5/3 = KASUMI
  - ▶ Složitější šifra

# GSM šifra A5/1

---

- ▶ Kvalitní ale slabá šifra už od začátku – krátké klíče
- ▶ Původně tajná
  
- ▶ Kombinace tří registrů o velikostech 19,22,23
  - ▶ Nepravidelné časování
  
- ▶ Triviální útok vyžaduje 240 výpočtů
  - ▶ Odhadnout první dva gen., poté vypočítat hodnotu třetího
  
- ▶ Výpočet tabulek klíčů – uskutečněn
  - ▶ Tabulka komprimovaná na velikosti 2TB v prosinci 2009

# GSM šifra A5/3 = KASUMI

---

- ▶ Upravená šifra MISTY
  - ▶ Složitější šifra
- ▶ 128 bitový klíč rozdělený na 16 bloků
- ▶ Pro UMTS, GPRS a nové technologie
- ▶ 2010 nalezen algoritmus, který zvládne 1 dual-core PC během 2 h.



# Použité zdroje

---

- ▶ **Random numbers**
  - ▶ <http://www.mathworks.com/moler/random.pdf>
- ▶ **Recommendation for Random Number Generation Using Deterministic Random Bit Generators (Revised)**
  - ▶ [http://csrc.nist.gov/publications/nistpubs/800-90/SP800-90revised\\_March2007.pdf](http://csrc.nist.gov/publications/nistpubs/800-90/SP800-90revised_March2007.pdf)
- ▶ **Tester generátorů pseudonáhodných čísel**
  - ▶ [http://tomasolivka.wz.cz/files/Generator\\_Tester.pdf](http://tomasolivka.wz.cz/files/Generator_Tester.pdf)
- ▶ **NIST statistické testy**
  - ▶ [http://csrc.nist.gov/groups/ST/toolkit/rng/stats\\_tests.html](http://csrc.nist.gov/groups/ST/toolkit/rng/stats_tests.html)

# Použité zdroje

---

- ▶ **Využití proudových šifer v současnosti**
  - ▶ <http://access.feld.cvut.cz/view.php?cisloclanku=2009080001>
- ▶ **Differential Cryptanalysis in Stream Ciphers**
  - ▶ <http://eprint.iacr.org/2007/218.pdf>
- ▶ **Cryptanalysis of the Random Number Generator of the Windows Operating System**
  - ▶ <http://eprint.iacr.org/2007/419.pdf>
- ▶ **Debian OpenSSL bug**
  - ▶ <http://digitaloffense.net/tools/debian-openssl/>

# Použité zdroje

---

- ▶ **Intercepting GSM traffic**
  - ▶ <http://www.blackhat.com/presentations/bh-europe-08/Steve-DHulton/Whitepaper/bh-eu-08-steve-dhulton-WP.pdf>
- ▶ **Subverting the security base of GSM**
  - ▶ [https://har2009.org/program/attachments/119\\_GSM.A51.Cracking.Nohl.pdf](https://har2009.org/program/attachments/119_GSM.A51.Cracking.Nohl.pdf)
- ▶ **A Practical-Time Attack on the A5/3 Cryptosystem Used in Third Generation GSM Telephony**
  - ▶ <http://eprint.iacr.org/2010/013.pdf>