STRUČNĚ O PŮVODU NĚKTERÝCH MATEMATICKÝCH SYMBOLŮ

1 Úvod

Matematické symboly. Téměř každý den se s nimi potkáváme, občas s nimi trochu zápasíme, ale ve většině případů nám výrazně ulehčují matematický život. A vlastně si ani nedovedeme, nebo nechceme představit, nebo někteří odvážnější možná ano, oč složitější by už tak náročná zábava, jakou je matematika, byla, kdyby žádná symbolika $\nexists$ a nezbývalo než vystačit s prostředky přirozeného jazyka. Navíc právě díky symbolům lze matematiku považovat za jistou formu mezinárodního jazyka. Protože, ač se jistě najde mnoho místních specialit ($\hat{n}$, například), základní rysy ve většině případů zůstávají konstantní (a zbytek se případně nějak dodefinuje zapochodu, namíru dané situaci). Je zřejmé, že symboly tu nejsou odjakživa a někdo si musel dát tu práci je zavést. V následujících několika málo odstavcích jsou nastíněny první historické zmínky o některých symbolech vyjadřujících různé matematické operace. Je zajímavé sledovat, jak se občas značení výrazně lišilo od verze, která se dočkala dnešních dnů. Ještě je třeba dodat, že jak už to u historie bývá, téměř nic nelze s jistotou prokázat (tedy žádné $\square$) a některá tvrzení tak mohou zůstat v rovině čistě spekulativní. A po krátkém úvodu slíbené...

2 Operace

...ale ještě než na ně dojde, je třeba pro úplnost zmínit, že za davných časů se veškeré matematické úlohy vyjadřovaly pouze pomocí běžné řeči a případný zápis takové skutečně slovní úlohy pak může dnešnímu čtenáři přijít nanejvýše nepřehledný. Jako názorná ukázka nechť poslouží úryvek z překladu z al-Chorezmiho knihy "**Krátká kniha o počítání algebry a almukabaly**":

Řeknou-li: deset bez věci je vynásobeno deseti s věcí, řekni: deset krát deset - to je sto, odečítaná věc krát deset - to je deset odečítaných věcí, věc krát deset - to je přičítaných deset věcí, odečítaná věc krát věc, to je odečítaný kvadrát, a všechno to dohromady je sto dirhamů bez kvadrátu

V dnešním zápise pak celá výše citovaná úloha přejde ve velmi úspornou a přehlednou formu:
$(10 - x)(10 + x) = 100 - 10x + 10x - x^2 = 100 - x^2$.

2.1 Sčítání a odčítání

Znaménko "+", nebo přesněji řečeno symbol, který se přibližně podobá dnešnímu "plus" se poprvé objevuje v práci "**Algoritmus proportionum**" (tedy o algoritmu dělení) od Nicolase Oresmea sepsané v letech 1356–1361. Předpokládá se, že tento znak pro součet vznikl zkrácením z latinského "et". **Nicholas Oresme** (někdy také Nicolas Oresme, Nicolas d'Oresme, narozen asi 1323 v Fleury-sur-Orne, zemřel 11.7.1392 v Lisieux) byl francouzský matematik, fyzik, filosof, astronom, teolog a překladatel (přeložil například některé práce Aristotela do francouzštiny). Existuje ovšem domněnka, že zkrácenina latinského "et" se objevila až v přepisech ze 14. století a že originál obsahuje nezkrácenou verzi. Jiná varianta zkráceného zápisu "et" se objevuje v rukopise z roku 1417. V tomto případě je ale linka, která je u normálního "plus" vedena vodorovně, vedena šikmo. Oba symboly "+" i "−" v jednom textu se objevují prvně v tištěné podobě v díle "**Behende und hüpsche Rechenung auff allen Kauffmanschafft**" od Johannese Widmanna vydaného roku 1489 v Lipsku. V tomto případě ale symboly nepředstavují přímo operaci sčítání respektive odčítání (případně ani kladná respektive záporná čísla) ale přebytky a schodky, což je dáno povahou díla, které bylo zaměřeno (jak název napovídá) na kupecké počty. Zůstává otázka, zda **Johannes Widmann** (narozen 1460 v Chebu, zemřel 1498 v Lipsku) tyto symboly skutečně vymyslel, nebo se jen někde inspiroval. Jakožto přednášející na Lipské univerzitě měl přístup k rukopisům umístěným v Drážďanské knihovně, kde se již mohly tyto značky objevovat, a které jak se ví, velmi intenzivně studoval. Později byly ještě nalezeny Widmannovy poznámky, ve kterých se také objevují jisté náznaky těchto symbolů. Oba znaky byly rovněž nalezeny ve studentských zápiscích z Widmannových přednášek z roku 1486. **Giel Vander Hoecke** použil prvně symbolů "plus" a "mínus" pro odpovídající operace v díle "**Een sonderlinghe boeck in dye edel conste Arithmetica**" publikovaného v Antverpách, roku 1514. Není ovšem jasné, zda byl první, kdo takto, v algebraických výrazech, symboly použil. Ještě existuje totiž spis "**Ayn new Kunstlich Buech**", pojednávající o algebře a aritmetice z roku 1518, jehož autorem je Henricus Grammateus. **Henricus Grammateus** (narozen 1495, Erfurt, zemřel 1525 nebo 1526 ve Vídni) se mimo matematiky také zabýval hudbou a navrh způsob temperování čembala, z něhož později vyšla i některé modernější temperování hudebních nástrojů. Pro zajímavost na konec lze ještě doplnit, že symboly "$+$" a "$-$" se používaly dávno před jejich průnikem do světa matematiky. Například už ve starověkém Řecku se využívaly k označování sudů tak, že "$-$" označovalo sud, který ještě nebyl naplněn, a "$+$" pak již naplněný sud.

2.2 Násobení

Historie symbolu užívaného pro operaci násobení je o mnoho pestřejší. Například symbol "X" použil William Oughtred v díle "**Clavis Mathematicae**" (v překladu: Klíč k matematice), sepsaného kolem roku 1628 a vydaného v roce 1631 v Londýně. **William Oughtred** (5.7.1574–30.6.1660) se mimo matematiky zajímal rovněž o alchymii, astrologii, napsal spis pojednávající o navigaci "**Circles of Proportion**". Je mu připisován vynález logaritmického pravítka. Rovněž zavedl zkratky "sin" a "cos" pro odpovídající funkce. Zabýval se též konstrukcí slunečních hodin. Označení násobení "tečkou" pochází od G. W. Leibnize, kterého snad ani není třeba představovat. Jen dodám, že Leibniz velmi silně prosazoval tento způsob značení. Dochoval se dopis Johannu Bernoullimu z 29.7.1698, ve kterém mimo jiné píše:

"I do not like X as a symbol for multiplication, as it is easily confounded with x; ... often I simply relate two quantities by an interposed dot and indicate multiplication by ZC · LM. Hence, in designating ratio I use not one point but two points, which I use at the same time for division."

"Tečka" jakožto symbol násobení se předtím objevuje již ve spise Thomase Harriota "**Analyticae Praxis ad Aequationes Algebraicas Resolvendas**", vydaného roku 1631, a dále pak v díle Thomase Gibsona "**Syntaxis mathematica**" z roku 1655. V obou těchto případech se ovšem předpokládá, že šlo pouze o zvyk užívaný u starších rukopisů, kdy tečky na řádce oddělovaly čísla v textu. Tuto domněnku podporuje fakt, že symboly nejsou nikde vysvětleny. Ještě než bude pokračovat exkurze do vývoje znaménka pro násobení věnoval bych několik řádek velmi zajímavé osobnosti Thomase Harriota. **Thomas Harriot** (narozen 1560 v Oxfordu, zemřel 1621 v Londýně) byl anglický matematik, etnograf, astronom, překladatel. Mimo jiné zavedl symboly pro relace "větší/menší než". Provedl první náčrtky měsíce na základě pozorování dalekohledem, ze dne 26.7.1609, tedy o čtyři měsíce před Galileem! Dále provedl pozorování slunečních skvrn, na konci roku 1610. Říká se o něm, že do Anglie přivezl brambory. To je vskutku možné, protože se účastnil expedice do "Nového světa", na kterou byl najat jako expert na navigaci. Udržoval stálou korespondenci s Johannem Keplerem o optice. A dokonce se věří, že objevil Snellův zákon 20 let před Snellem. Nyní se opět vraťme k násobení. "Hvězdičku" jako symbol operace násobení použil prvně Johann Rahn (1622-1676) v "**Teutsche Algebra**" z roku 1659. Existuje ještě jedna možnost, která se vlastně používá dodnes, nepoužívat k násobení žádný speciální symbol. Toto "značení" se používalo v starověké Indii, později se rozšířilo do zbytku světa. V Evropě tohoto značení prvně použil Michael Stifel v díle "**Arithmetica integra**" z roku 1544. **Michael Stifel** (narozen 1487 nebo 1486, Esslingen, zemřel 1567, Jena) mimo jiné jako první také použil slova exponent (a definoval operaci logaritmus - nezávisle o několik desetiletí dříve než John Napier, který byl považován dlouho za "otce logaritmu").

2.3 Dělení

Situace okolo dělení byla rovněž zajímavá. Například se používal symbol kulaté závorky (tedy 3)4, pro $\frac{3}{4}$). Takto se dělení objevuje ve výše zmíněném díle "Arithmetica integra" od Michaela Stifela. Dvojtečka se objevuje v textu z roku 1633 nazvaném "Johnson Arithmetik; In two Bookes". Zde je ovšem symbolu použito k označení zlomku, nikoliv operace dělení obecně. Navíc symbolu není ani nikde užito jinak než v této souvislosti. Gottfried Wilhelm Leibniz používá ve svých pracích dvojtečku jak pro dělení tak pro poměr (například v díle "**Acta eruditorum**" z roku 1684). Dvojtečka se rovněž objevuje v díle "Teutsche Algebra"

2.4 Exponenty

Nicolas Oresme poprvé použil přirozená čísla k vyjádření mocniny, ale ne ještě ve formě skutečného exponentu, tedy psáno nad umocňovanou proměnnou, ale vedle ní. **Nicolas Chuquet** (1445/1455, Paris–1488/1500, Lyon) již používal variantu známou z dnešní symboliky, například v díle "Le Triparty en la Science des Nombres" z roku 1484, kde je ovšem zápis poněkud matoucí z dnešního pohledu, kdy $2x^3$ zapisuje jako 2^3. Obecně Chuquet myšlením značně předběhl dobu, vymyslel si kompletně svoje značení, pracoval již se zápornými exponenty, vymyslel si označení, které se vlastně používá dodnes, pro velmi vysoké hodnoty jako je trilion, kvadrilion, a to včetně návodu, jak systematicky tato neomezeně slova tvořit. Pierre Hérigone ve svém díle "**Cursus mathematicus**" použil rovněž variantu "$x2$" pro "x^2". Tento francouzský matematik a astronom mimo jiné zavedl symbol "$\perp$" pro kolmost a znak "$\sphericalangle$" pro úhly. James Hume například použil v díle "**L'Algèbre de Viète d'vne methode novelle, claire, et Facile**" z roku 1636 pro značení exponentů římské číslice. Exponenty tak, jak jsou psány dnes, i když v té době se samozřejmě uvažovaly jen jako přirozená čísla, uvedl René Descartes ve spise "**La Géometrie**".

2.5 A teď něco úplně jiného

Nakonec ještě v kostce několik drobností k ostatním operacím. "Tečka" označující skalární součin je prvně použit Edwinem Wilsonem ve skriptu "**Vector Analysis**" k přednáškám J. W. Gibbse z roku 1902. V této verzi ovšem ještě bod leží na řádce. Ve stejném díle je rovněž prvně užit symbol $\times$ pro vektorový součin. Symbol "$\pm$" použil William Oughtred v knize "Clavis Mathematicae", která už byla zmíněna. Označení pro produkt $\prod$ zavedl René Descartes, někdy se za otce tohoto symbolu uvádí Gauss. Pestřejší minulost má za sebou "odmocnítko". Nejprve se objevuje jako velké psací R šikmo proškrtlé, a to ve spise Leonarda Da Vinci: "**Practica geometriae**" z roku 1220. "Odmocnítko", ovšem ne v úplně konečné podobě (bez vodorovné linky), lze najít v díle "**Die Coss**" (vydáno roku 1525) od **Christoffa Rudolffa** (1499, Jawor, až 1545, Vídeň), který mimo jiné řádně definoval $x^0 = 1$. Předpokládá se, že symbol pro odmocninu vznikl z malého tiskacího "r", jakožto počátečního písmene slova "radix" - kořen. Roku 1637 René Descartes použil $\sqrt{}$ v již zmíněné "La Géometrie". Využití kombinace znaku pro druhou odmocninu a horního indexu, jak se dnes běžně užívá, pro vyšší odmocniny použil roku 1629 Albert Girard ve svém díle "**Invention nouvelle**", kde ovšem toto značení ukazuje pouze na příkladu třetí odmocniny. **Albert Girard** (1595, Saint-Mihiel – 1632, Leiden) dále například zavedl zkratku "tan" pro funkci tangens. Značení navržené Girardem intenzivně popularizoval **Michel Rolle** (21.4.1652-8.11.1719), kterého všichni jistě dobře známe díky Rolleho větě (z prvního ročníku analýzy!), a který tohoto značení užil například ve svém díle "**Traité d'Algèbre**" z roku 1690. Suma $\sum$ pochází od Leonharda Eulera, prvně jí užívá ve spise z roku 1755 nazvaném "**Institutiones calculi differentialis**". Zbylé řádky se ještě věnují vývoji ve značení matic. V roce 1841, Arthur Cayley použil moderní označení pro determinant matice, dvě svislé čáry, v "the Cambridge Mathematical Journal, Vol. II (1841)", konkrétně na stranách 267–271, s tím rozdílem, že jednotlivé členy v každém řádku ještě navíc oddělil čárkou. Zdvojené čáry použil stejný autor o dva roky později. Roku 1846 v díle "**Mémoire sur les hyperdéterminants**" (stále tentýž autor) volí značení jedné svislé čáry pro determinant a dvojité pro matice. Kulaté závorky k označení matice použil **Maxime Bôcher** (28.8.1867, Boston–12.9.1918, Cambridge) v "**Introduction to**

Higher Algebra" z roku 1919. I když tato symbolika se objevuje již roku 1909 v díle "**Determinantentheorie**", kde je ovšem použito i značení pomocí svislých čar. C. E. Cullis použil v "Matrices and Determinoids" z roku 1913 k označení matice hranaté závorky. Symboly $\cup$ a $\cap$ poprvé použil Hermann Grassmann v díle "**Die Ausdehnungslehre**" publikovaném v roce 1844. Grassmann tyto symboly ale použil pro obecné operace nikoliv pro označení průniku a sjednocení, tak učinil až Giuseppe Peano v "**Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann**" (zjevně tyto symboly, dle názvu přejal od jejich autora) z roku 1888. Peano tuto notaci dále zobecnil na průnik respektive sjednocení obecného systému množin (tedy $\bigcap$, $\bigcup$, případně s indexy) v "**Formulario mathematico**" z roku 1908. Kvantifikátor $\exists$ poprvé použil rovněž Peano a to v díle "**Formulaire de mathematiqués**" z roku 1897. K vyjádření vztahu, že prvek je z množiny Peano používal řecké písmeno "epsilon" (viz "**Arithmetices prinicipia nova methodo exposita**" z roku 1889). Předpokládá se, že symbol "epsilon" byl odvozen od prvního písmene řeckého slova, které v překladu znamená "je". Stylizované "epsilon" neboli to, co všichni známe - $\in$ použil až Bertrand Russell v knize "**Principles of Mathematics**" publikované roku 1903. Existují jisté dohady o autorství. Je totiž také možné, že Russel ani nezamýšlel použít nějakého modifikovaného tvaru "epsilon", a že "na vině" jsou typografové. A na závěr něco "pro všechny" tedy: $\forall$. Prvně tuto značku použil Gerhard Gentzen v "**Untersuchungen ueber das logische Schliessen**" v poznámce v této knize dokonce vysvětluje jak k tomuto značení dospěl (z německého "All-Zeichen" silně inspirován Russellem a jeho existenčním kvatifikátorem!). Sám Russel používal pro vyjádření formule "pro všechna x" symobliky (x).