O původu matematických symbolů

přednáška Dějiny matematiky

Michal Havlíček

KM FJFI ČVUT

27.4.2011

Nicolas Oresme: "Algoritmus proportionum" (o algoritmu dělení, sepsáno 1356–1361) - symbol přibližně podobný dnešnímu $+$,
možný vznik: nedbalým psaním latinského "et" (možná až v přepisech, ne v originále!).

Rukopis z roku 1417 - znaménko podobné dnešnímu $+$, vodorovná linka vedena lehce šikmo.

Johannes Widmann: "Behende und hüpsche Rechenung auff allen Kauffmanschafft" (1489) - symboly $+$ a $-$ prvně spolu v jednom textu, symboly nepředstavují operace ale přebytky a schodky.

Giel Vander Hoecke: "Een sonderlinghe boeck in dye edel conste Arithmetica" (1514) - $+$, $-$ použito pro odpovídající operace.

Henricus Grammateus: "Ayn new Kunstlich Buech" (1518) - stejné použití (spis o algebře a aritmetice).

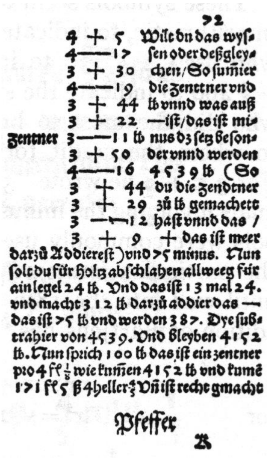
Johannes Widmann (1460, Cheb – 1498, Lipsko) - nejisté zda $+$ a $-$ skutečně vymyslel, nebo se jen někde inspiroval.
přednášející na Lipské univerzitě $\rightarrow$ přístup k rukopisům v Drážďanské knihovně (možná inspirace).
Widmannovy poznámky obsahují jisté náznaky těchto symbolů.
Oba znaky nalezeny také ve studentských zápiscích z Widmannových přednášek z roku 1486.

Nicholas Oresme (Nicolas Oresme, Nicolas d'Oresme) (asi 1323, Fleury-sur-Orne – 11.7.1392, Lisieux) - francouzský matematik, fyzik, filosof, astronom, teolog a překladatel (přeložil například některé práce Aristotela do francouzštiny).

Henricus Grammateus (1495, Erfurt – 1525 nebo 1526, Vídeň) - mimo matematiky se zabýval hudbou, navrhl způsob temperování čembala (z něhož později vyšla i některá modernější temperování hudebních nástrojů).
Temperování = způsob ladění, "rozladění" některých intervalů pro lepší naladění jiných.

plus, mínus

Starověké Řecko: + a − se užívaly k označování sudů (ne)naplněných.


72
4 + 5 Wilt du das wyſ-
4 — 17 ſen oder deßgley-
3 + 30 chen/So ſumier
4 — 19 die zentner vnd
3 + 44 lb vnnd was auß
3 + 22 — iſt/das iſt mi-
Zentner 3 — 11 lb nus dz ſetz beſon-
3 + 50 der vnnd werden
4 — 16 4539 lb (So
3 + 44 du die zendtner
3 + 29 zů lb gemachett
3 — 12 haſt vnnd das /
3 + 9 + das iſt meer
darzů Addiereſt) vnd 75 minus. Nun
ſolt du für Holtz abſchlahen allweeg für
ain legel 24 lb. Vnd das iſt 13 mal 24.
vnd macht 312 lb darzů addier das —
das iſt 75 lb vnd werden 387. Dye ſub-
trahier von 4539. Vnd bleyben 4152
lb. Nun ſprich 100 lb das iſt ein zentner
pro 4 fl 1/5 wie kumen 4152 lb vnd kumē
171 fl 5 ß 4 heller 3/5 Vñ iſt recht gmacht
Pfeffer
B

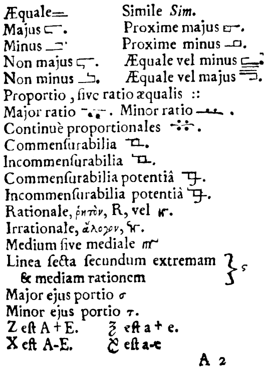
Obrázek: "Behende und hüpsche Rechenung auff allen Kauffmanschafft".

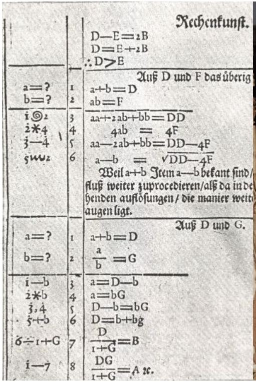
William Oughtred: "Clavis Mathematicae" (1631) (klíč k matematice) - operace násobení označena $\times$.

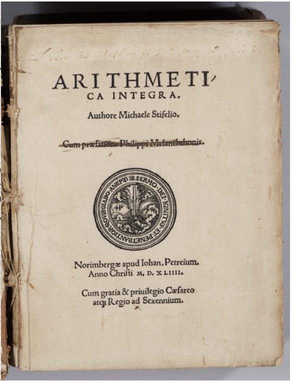
Gottfried Wilhelm Leibniz - prosazuje označení "tečkou" (toto označení se objevuje i v různých spisech, například od Thomase Harriota, Thomase Gibsona; asi šlo pouze o oddělovače písmen a číslic - rukopisecký zvyk).

Johann Rahn: "Teutsche Algebra" (1659) - násobení označeno $\star$.

Michael Stifel: "Arithmetica integra" (1544) - operace násobení bez symbolu (toto "značení" pochází ze starověké Indie).







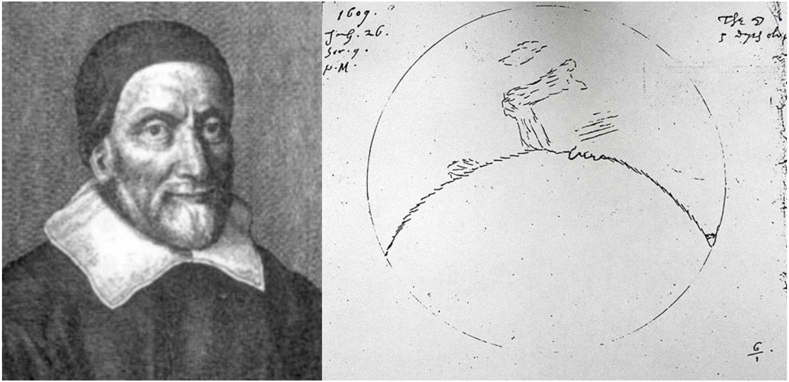
Obrázek: (zleva) díla "Clavis Mathematicae", "Teutsche Algebra", "Arithmetica integra".

William Oughtred (5.7.1574, Eton – 30.6.1660, Albury) mimo matematiky zájem o alchymii, astrologii, spis pojednávající o navigaci, vynález logaritmického "pravítka", zavedl "zkratky" sin a cos, konstrukce slunečních hodin.

Thomas Harriot (1560, Oxford – 1621, Londýn) - anglický matematik, etnograf, astronom, překladatel, provedl první náčrtky Měsíce na základě pozorování dalekohledem, ze dne 26.7.1609 (o čtyři měsíce před Galileem!), pozorování slunečních skvrn, zájem o optiku.
Říká se o něm, že do Anglie přivezl brambory (účastnil se expedice do "Nového světa" jako expert na navigaci).

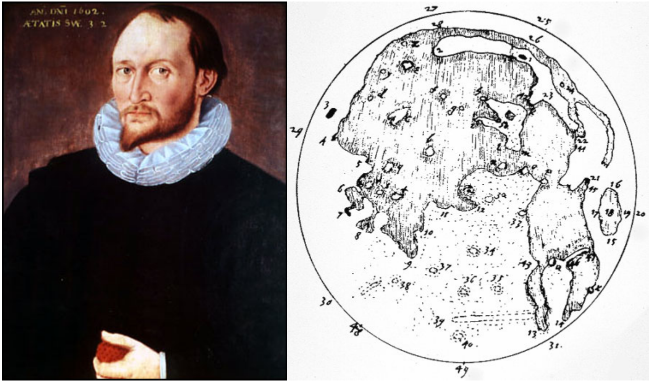
Michael Stifel (1487 nebo 1486, Esslingen – 1567, Jena) - mimo jiné jako první také použil slova exponent (a definoval operaci logaritmus - nezávisle o několik desetiletí dříve než John Napier, který byl považován dlouho za "otce logaritmu").

Oughtred, Harriot, Stifel



Obrázek: (zleva) William Oughtred, náčrt Měsíce (Thomas Harriot) z roku 1609.

Oughtred, Harriot, Stifel



Obrázek: (zleva) Thomas Harriot, náčrt Měsíce z roku 1610.

dělení

Michael Stifel: "Arithmetica integra" - operace dělení naznačena kulatou závorkou (tedy 3)4, pro $\frac{3}{4}$).

Gottfried Wilhelm Leibniz používá dvojtečku.

Johann Rahn: "Teutsche Algebra" - dělení značeno $\div$ (tento symbol někteří autoři užívali místo mínus).

Obrázek: (zleva) Gottfried Wilhelm Leibniz, René Descartes a jeho "La Géometrie".

Nicolas Oresme - exponenty (pouze přirozené) prostě vedle proměnné.

Nicolas Chuquet: "Le Triparty en la Science des Nombres" (1484) - dnešní symbolika (zná i záporné exponenty!).

James Hume: "L'Algèbre de Viète d'vne methode novelle, claire, et facile" (1636) - exponenty psány římskými číslicemi.

René Descartes: "La Géometrie" - dnešní symbolika (ale pouze přirozené exponenty, racionální až John Wallis).

Pierre Hérigone: "Cursus mathematicus" - symbolika "$x2$" pro "x^2".

Pierre Hérigone (1580–1643) - francouzský matematik a astronom, mimo jiné zavedl symbol "$\perp$" pro kolmost a znak "$\sphericalangle$" pro úhly.

Robert Recorde: "Whetstone of Witte" (1557) - symbol $=$ (výrazně delší než dnešní verze), podobné značení používají také Harriot a Oughtred.

Thomas Harriot: "Artis Analyticae Praxis ad Aequationes Algebraicas Resolvendas" (1631) - symboly $<$ a $>$ (prý inspirován při svých cestách po Americe).

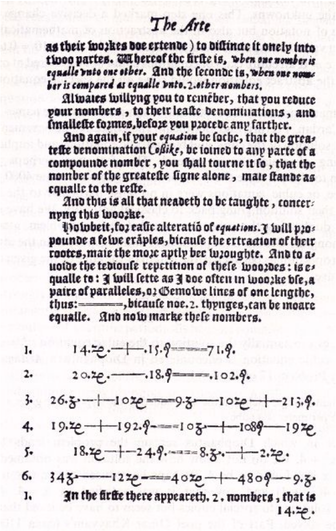
Pierre Bouguer - $\geqq$, $\leqq$.

John Wallis - $\leqslant$, $\geqslant$.

$\neq$, $\nless$, $\ngtr$ zřejmě zavedl Euler.

Anton Steinhauser: "Lehrbuch der Mathematik" (1875) - $\doteq$ pro vyjádření přibližné rovnosti.

rovná se


The Arte

as their workes doe extende) to distincte it onely into twoo partes. Whereof the firste is, *when one nomber is equalle unto one other.* And the seconde is, *when one nomber is compared as equalle unto .2. other nombers.*

Alwaies willyng you to remẽber, that you reduce your nombers, to their leaste denominations, and smalleste formes, before you procede any farther.

And again, if your *equation* be soche, that the greateste denomination *Cosike*, be ioined to any parte of a compounde nomber, you shall tourne it so, that the nomber of the greateste signe alone, maie stande as equalle to the reste.

And this is all that neadeth to be taughte, concernyng this woorke.

Howbeit, for easie alteratiõ of *equations*. I will propounde a fewe exãples, bicause the extraction of their rootes, maie the more aptly bee wroughte. And to auoide the tediouse repetition of these woordes : is equalle to : I will sette as I doe often in woorke use, a paire of paralleles, or Gemowe lines of one lengthe, thus: =====, bicause noe .2. thynges, can be moare equalle. And now marke these nombers.

1. 14.ze. + .15.ϑ ===== 71.ϑ.
2. 20.ze. — .18.ϑ ===== .102.ϑ.
3. 26.ʒ. + 10ze ===== 9.ʒ — 10ze + 213.ϑ.
4. 19.ze + 192.ϑ ===== 10ʒ + 108ϑ — 19ze
5. 18.ze + 24.ϑ. ===== 8.ʒ. + 2.ze.
6. 34ʒ — 12ze ===== 40ze + 480ϑ — 9.ʒ.

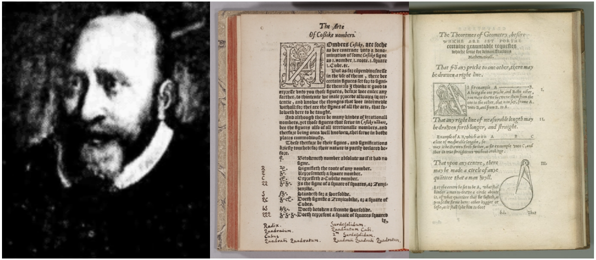
1. In the firste there appeareth, 2. nombers, that is 14.ze.

Obrázek: "Whetstone of Witte"

Robert Recorde (asi 1510, Tenby – 1558, Londýn) - velšský fyzik, matematik, studium - Oxford, přestup na Cambridge, doktorát z medicíny, veřejné přednášky z matematiky (Oxford), správce královské mincovny, obviněn politickým protivníkem z pomluvy, skončil ve vězení, kde zemřel. Několik děl zabývajících se matematikou a také medicínou (matematická díla většinou ve formě dialogu učitele a žáka)

"The Rounde of Artes" (asi 1540) - první anglicky psaná kniha o algebře

"The Pathway to Knowledge" (1551) - o geometrii



Obrázek: (zleva) Robert Recorde, "The Rounde of Artes", "The Pathway to Knowledge".

Pierre Bouguer (16.2.1698 – 15.8.1758)
francouzský matematik, geofyzik, geodet a astronom.
1727 - cena francouzské akademie věd za článek **"On the masting of ships"** a dále další dvě ocenění za příspěvky: **"On the best method of observing the altitude of stars at sea"** (dizertační práce), **"On the best method of observing the variation of the compass at sea"** (článek).
1729 - **"Essai d'optique sur la gradation de la lumière"** - o šíření světla.
Vynalezl heliometr (přístroj na měření průměru Slunce), zabýval se fotometrií.
Fotometrie - zkoumá světlo z hlediska působení na zrak (s využitím veličin jako svítivost zdroje, světelný tok, osvětlení).

Je po něm pojmenován kráter na Měsíci i Marsu.
Dále je po něm pojmenován meteorologický jev: "Bouguerovo halo" - vzniká při průchodu slunečních paprsků mlžným oparem (to se velmi často děje ve výše položených oblastech) - jev podobný duze.

Obrázek: Bouguerovo halo.

John Wallis (23.11.1616, Ashford – 28.10.1703, Oxford) - anglický matematik.
V mládí sice projevoval o matematiku jistý zájem jeho výsledky ve škole však byly (slušně řečeno) kolísavé..., jistou dobu uvažoval o kariéře lékaře, nakonec vyhrála matematika.
Mimo čistě matematických spisů práce z oblasti logiky, filozofie, teologie...
Významně obohatil matematiku: zavedl pojem řetězového zlomku, číselné osy.
Zabýval se kuželosečkami, fyzikou nepružných srážek, šifrováním.
Nadání provádět neuvěřitelně náročné výpočty v hlavě (druhou odmocninu 50-ti ciferného čísla!).

Nicolo Fontana: "General trattato di numeri e misure" (1556) - ( ).
Cardan: "Ars magna" (re-edice 1663, ? původní vydání).
Michael Stifel rád používal kulaté závorky (ale ne ve smyslu nějakého matematického symbolu!).

Rafael Bombelli: "Algebra" (1550) - [ ].
(možná je zavedl Albert Girard nebo Francois Vieta).

Francois Vieta: "Zetetica" (1593) - { }.

Obrázek: (zleva) Nicolo Fontana, Francois Vieta.

Cardan
Gerolamo (nebo Girolamo, Geronimo, Jérôme (fr.), Hieronymus (lat.))
Cardano (Cardan (fr.), Cardanus (lat.))
(24.9.1501, Pavia – 21.9.1576, Řím) italský matematik, fyzik, astrolog.

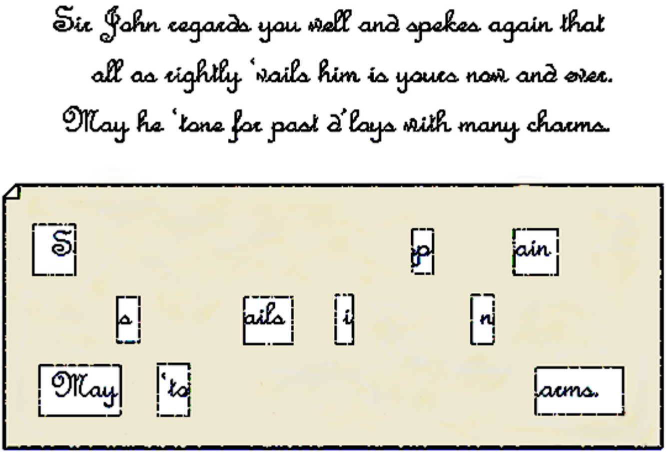
Univerzita v Pavii, přechod na univerzitu v Padově (medicína).
Pro svojí výstřední a konfliktní povahu problém najít práci po studiích.

Znám především pro řešení kubické rovnice
(říká se, že mu řešení prozradil Niccolo Fontana za slib, že jej nezveřejní;
Cardan jej publikoval v **"Ars Magna"** v roce 1545).
Znal imaginární čísla (ještě ovšem plně nechápal jejich význam; neznal ani některé základní vlastnosti).
Zavádí binomické koeficienty (a binomickou větu) - **"Opus novum de proportionibus"** (1570).
$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$

Cardan

Častý nedostatek peněz ⇒ hazard ⇒ praktické zkušenosti ⇒ **"Liber de ludo aleae"** (kniha o hrách a náhodě) (sepsáno 1526, publikováno až 1663) - první pokus o systematizaci teorie pravděpodobnosti (+kapitola věnovaná "podvodům" v hazardní hře).
Dvě encyklopedie (obsahující poznatky soudobých přírodních věd).
Vynalezl kombinační zámek, Cardanův závěs, Cardanovu mřížku (kryptografie), studoval hypocykloidu, hydrodynamiku (perpetum je nesestrojitelné)
Jako jeden z prvních velmi intenzivně prosazoval výuku neslyšících.

Obrázek: (zleva) Cardan, "Opus novum de propotionibus", "Liber de ludo aleae".



Obrázek: Cardanova mřížka.

Bombelli

Rafael Bombelli (? - ví se jen datum křtu: 20.1.1526, zemřel 1572 v Římě), italský matematik (příspěvky především do oblasti algebry).

Zajímal se velmi o imaginární čísla - zavedl symboliku ($+i$,$-i$) pro imaginární jednotku (a ukázal jak/a že funguje!) - jako první předvedl, že s komplexními čísly lze pracovat a dospět k rozumným výsledkům.

Žádné vysokoškolské vzdělání!

Dílo **"Algebra"** - spis o algebře pochopitelný každému (sepsáno 1572) - celý text psán jednoduchým jazykem, ovšem výklad veden velmi důkladně (zřejmá pečlivá příprava!).

Využil řetězové zlomky k výpočtu druhé odmocniny.

Je po něm pojmenován kráter na Měsíci.

Richard Dedekind: "Stetigkeit und irrationale Zahlen" (1872) - R - množina racionálních čísel, $\mathfrak{R}$ - množina reálných čísel.
Dedekind dále používá K pro množinu celých čísel a J pro množinu komplexních čísel, množinu přirozených čísel značí N (např. **"Was ist und was sollen die Zahlen"**, 1888).

Giuseppe Peano: "Arithmetices prinicipia nova methodo exposita" (1889) - značení pro N,Q,R (jak užíváme dnes),
"Formulaire de mathématiques" (1895) - N - kladná celá čísla, n - celá čísla, N_0 - kladná celá čísla + nula, R - kladná racionální čísla, r - racionální čísla, Q - kladná reálná čísla, q - reálná čísla, Q_0 - kladná reálná čísla + nula.

Helmut Hasse: "Höhere Algebra I and II" (1926) - Γ - celá čísla (ganze zahl), P (velké tiskací ró) - racionální čísla (rationale zahl).

Otto Haupt: "Einführung in die Algebra I and II" (1929) - G^0 - celá čísla, P^0 - racionální.

Bartel Leendert van der Waerden - "Moderne Algebra I" (1930) - C - celá čísla, Γ - racionální (v re-edicích v šedesátých letech mění C na Z a Γ na Q).

Julius Wilhelm Richard Dedekind
(6.10.1831, Braunschwig – 12.2.1916, také tam),
německý matematik (algebra, teorie čísel).

Univerzita v Göttingenu (teorie čísel) (1852 - doktorát).
Univerzita v Berlíně (centrum matematiky v Německu) (1854 - docentůra).

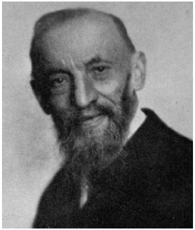
Návrat do Göttingenu, přednáší pravděpodobnost, geometrii.
Přátelství s Dirichletem.
Začíná se věnovat eliptickým a abelovským funkcím.

Dedekind

Eliptická funkce - meromorfická (tj. holomorfická (komplexně diferencovatelná) na otevřené podmnožině C až na množinu izolovaných bodů) funkce def na C, $\exists a, b \in C \neq 0 \quad a/b \notin R : f(z+a) = f(z+b) = f(z) \quad \forall z \in C$ *pro která je* $f(z)$ *def).*
Abelovská funkce - speciální případ řešení Abelovské (funkcionální) rovnice $(f(h(x)) = h(x+1))$*.*

Od roku 1858 učí na Polytechnice v Zurichu,
1862 se vrací do Braunschweigu, učí na Technische Hochschule.
Čestné doktoráty na univerzitách v Oslo, Zurichu, Braunschweigu.
Další matematické "příspěvky": dedekindův řez, ideály v okruhu...
Dedekindův řez - každá množina obsahující s každým svým prvkem i všechny menší (ve smyslu úplného uspořádání) a která obsahuje i své supremum (pokud existuje); mezi množinou všech řezů na Q a R lze konstruovat izomorfismus.
Ideál v okruhu R - ideál $0 \neq I \subset R$*, který je pravý a levý zároveň (pravý -* $\forall a, b \in I : a - b \in I, \forall a \in I \forall r \in R : ar \in I$*).*

Nikdy se neoženil, žil se sestrou (ta se nikdy neprovdala).



Giuseppe Peano (27.8.1858, Spinetta – 20.4.1932, Turin)

Italský matematik, autor více než 200 publikací, zakladatel moderní teorie množin a logiky (ale i oblasti diferenciálních rovnic, vektorové analýzy).

Profesor univerzity v Turíně (infinitesimální počet),
od roku 1886 začíná učit současně ještě na královské vojenské akademii.

1891 - "projekt" encyklopedie matematiky "Formulario mathematico" - současné poznání - v standardní notaci (zavedl Peano) ... průtahy, problémy s tiskem ⇒ kupuje tiskařský lis.

Peano

1900 - první mezinárodní konference filozofie (předchází mezinárodní kongres matematiků v Paříži): Peano prezentuje příspěvek, ve kterém si klade otázku: "jak definovat definici?"

Na konferenci potkává Bertranda Russella (bristský matematik, filosof, historik) - věnuje mu jeden výtisk své "encyklopedie" - Russell je inovativní notací tak unesen že okamžitě opouští konferenci a odchází domů práci řádně prostudovat!

Na královské vojenské akademii prosazuje novou symboliku $\Rightarrow$ propuštěn.

1903 - práce na "mezinárodním jazyce" Latino sine flexione (latina bez skloňování).

Přednáší na univerzitě v Turíně (až do smrti).

označení i zavedl Leonhard Euler ve svých poznámkách z roku 1777 ("De Formulis Differentialibus Angularibus maxime irrationalibus quas tamen per logarithmos et arcus circulares integrare licet")
publikováno až roku 1794 v **"Institutionum claculi integralis"**.

William Oughtred: "Clavis mathematicae" - $\pi/\delta =$ obvod kruhu / průměr stejného kruhu.
Christoph Sturm: "Mathesis enucleata" (1689) - e ve smyslu dnešního π.
William Jones: "Synopsis palmariorum mathesios" (1706) - π v dnešní podobě a smyslu (3,14159265).
Leonard Euler: "De summis serierum reciprocarum" (1734) - místo π p.

korespondence Euler-Stirling: $p \longrightarrow$ pozdější korespondence: $\pi \longrightarrow$ Bernoulli Eulerovi: $c \longrightarrow$ následná korespondence Bernoulli-Euler: $\pi \longrightarrow$ největší popularizátor $\pi =$ Euler.

H. Sherwin: "Mathematical Tables" (1741) - také π.

William Jones (1675–3.7.1749), velšský matematik,
blízcí přátelé: Isaac Newton a Edmund Halley.
1711 - členem Královské společnosti (později dokonce vice-prezidentem).
1695–1702 - na moři (vyučoval tam matematiku!), zájem o navigaci, později vydává práci studující metody výpočtu polohy na moři.
Učitelem matematiky v Londýně.
"Analysis per quantitatum series, fluxiones ac differentias introduced" (1711) - prvně značení derivace pomocí tečky!
Dvakrát ženat: z druhého manželství dvě děti, jeho syn (také) William Jones - studium jazykům (údajně ovládal desítky), někdy se tvrdí (ale není to prý pravda), že jako první postuloval skupinu indoevropských jazyků; překlady indické literatury, šachový historik a básník.

Bernoulli

Johann Bernoulli (27.7.1667, Basel – 1.1.1784, Basel), švýcarský matematik (v rodině Bournoulli lze najít více významných matematiků!).
Původně studium lékařství (univerzita) (otec by raději obchodníka), studium medicíny ho moc nebavilo ⇒ začal studovat souběžně matematiku (se svým starším bratrem Jacobem).
Profesorem na univerzitě v Groningenu.
Plán stát se profesorem řečtiny, nakonec matematiky.
Student Leibnize ⇒ ve sporu Leibniz-Newton (zásluhy na diferenciálním počtu) - na straně Leibnize, podobně Descartovu teorii vírů proti teorii gravitace.
Zájem o problematiku hyperbolického cosinu, perpetum mobile.
Najat L'Hôpitalem na výuku matematiky.

Leibniz v dopisech Huygensovi (1690–1) používá označení *b*.
D'Alembert používá *c*.

Euler: **"Meditatio in Experimenta explosione tormentorum nuper instituta"** (sepsáno 1727/1728 - Eulerovi bylo 21!) - přetištěné 1862 do **"Opera postuma mathematica et physica"** - zde označení *e*.

Dopis Eulera Goldbachovi (25. listopadu 1731) - také *e*.

Proč *e*?: Eulerova konst. (Napierova konst.)?, exponenciála?, z německého "ein" (jedna) resp. "einheit" (jednotka)?, první nepoužívané písmeno abecedy?

Obrázek: (zleva) Huygens, D'Alembert, Euler.

$\gamma = \lim_{n\to\infty}(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n} - \ln n) \approx 0.57721.$
$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$ diverguje, γ je vlastní limita $\Rightarrow$ pro velká n lze sumu aproximovat $\ln n$.

Euler: "De progressionibus harmonicis observationes, Commentarii academiae scientiarum petropolitanae" (1740) - C (občas O).
Mascheroni: "Adnotationes ad calculum integralem Euleri" (1790–1792) - značení A.
Euler i Mascheroni používají také označení γ (dnešní značení).
DeMorgan: "The Messenger of Mathematics" (1872) - používá také γ.
Gauss používal ψ.
W. Shanks, W. L. Glaisher, J. C. Adams používají E.

Obrázek: (zleva) Mascheroni, DeMorgan.

Leonardo da Vinci: "Practica geometriae" (1220) - *R* šikmo proškrtlé.

Christoff Rudolff: "Die Coss" (1525) - odmocnítko bez vodorovné linky (symbol asi vznikl z malého tiskacího "r" - od slova "radix" - kořen).

René Descartes: "La Géometrie" (1637) - $\sqrt{\ }$.

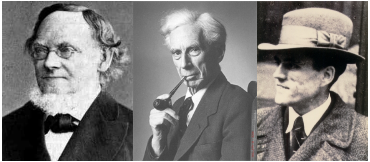
Albert Girard: "Invention nouvelle" (1629) - odmocnítko s horním indexem.

Obrázek: Albert Girard.

Hermann Grassmann: "Die Ausdehnungslehre" (1844) - $\cup$ a $\cap$ (ne ve smyslu průniku respektive sjednocení!).

Giuseppe Peano: "Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Grassmann" (1888) - $\cup$ a $\cap$ (pro průnik, sjednocení).
Giuseppe Peano: "Formulario mathematico" (1908) - $\bigcap$, $\bigcup$.
Giuseppe Peano: "Formulaire de mathématiques" (1897) - $\exists$.
Giuseppe Peano: "Arithmetices prinicipia nova methodo exposita" (1889) - ϵ - "je prvek množiny".

Bertrand Russell: "Principles of Mathematics" (1903) - $\in$.
Gerhard Gentzen: "Untersuchungen ueber das logische Schliessen" - $\forall$ (z německého "all-zeichen").



Obrázek: (zleva) Grassmann, Russell, Gentzen.

C. F. Gauss: "Disquisitiones arithmeticae" (1801) - "kongruence" $\equiv$ (Gauss toto značení používal již dlouho před publikací, neveřejně - osobní poznámky).

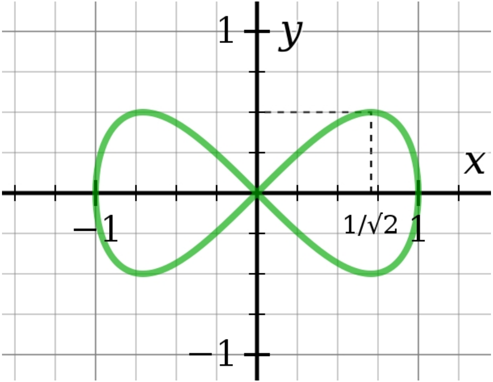
Edmund Landau: "Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen" (1909) - počet prvočísel menších než x - $\pi(x)$.

Eulerova funkce (počet přirozených čísel menších-rovno m nesoudělných s m):
L. Euler (první studoval tuto fci) - značil ΠN (tedy ne jako "fci"!).
Gauss: "Disquisitiones arithmeticae" (1801) - $\varphi(m)$.

Allan Cunningham: "Mathematical Questions and Solutions from the Educational Times" (1911) - Mersennova čísla - M_n.
$M_n = 2^n - 1$

L. E. Dickson: "History of the Theory of Numbers" (1919) - Fermatova čísla - F_n.
$F_n = 2^{2^n} + 1$

John Wallis: "De sectionibus conicis" (1655) - první výskyt symbolu ∞.
Proč ∞?
Hypotéza 1: inspirace v ω - jakožto poslední písmenko řecké abecedy.
Hypotéza 2: použití původního římského označení pro 1000 - lemniskáta (symbol M se užíval až později).



Obrázek: $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$.