

Cvičení 1 — Práce s formálními jazyky

verze: 20. února 2023

1 Která tři slova jsou zároveň prefixem i sufixem slova 1011101110?

2 Vypište prvních deset slov z jazyka

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \text{každý výskyt faktoru } aa \text{ je ve } w \text{ ihned následován znakem } b\}.$$

Pozn. Odkazujeme se k uspořádání $<_{rad}$, tedy slova máme uspořádána (vzestupně) podle délky a v rámci stejné délky abecedně, přičemž předpokládáme abecední uspořádání $a < b$.

3 Mějme $L, K \subset \{0, 1\}^*$, kde $L = \{0, 001, 111\}$ a $K = \{\varepsilon, 01, 0101\}$. Vypište všechna slova ve zřetězení $L \cdot K$.

4 Nechť $L, K \in A^*$ jsou konečné jazyky s $\#L = n$ a $\#K = m$. Jaký je maximální počet slov v jazyce $L \cdot K$? Najděte konkrétní případ, kdy se tohoto maxima **nenabývá**.

5 Lze operacemi sjednocení nebo zřetězení z konečných jazyků vytvořit nekonečný jazyk?

6 Nechť $L \subset \{0, 1\}$, kde $L = \{00, 111\}$. Popište (slovně) jazyk L^* .

7 Uvažujme jazyky nad abecedou $\{0, 1\}$. Nechť L_1 je jazykem všech těch slov obsahujících nejvýše jeden znak '1' a L_2 je jazykem všech těch slov, která se čtou stejně zepředu jako zezadu (tzv. palindromů). Která všechna slova jsou v průniku $L_1 \cap L_2$?

8 Proč pro jazyky $L_1, L_2, L_3 \subset A^*$ obecně neplatí $(L_1 \cap L_2) \cdot L_3 = (L_1 \cdot L_3) \cap (L_2 \cdot L_3)$?

* * *

9* Kdy iterací jazyka L vzniká jen konečný jazyk?

10* Uvažujme jazyky nad abecedou $\{a, b\}$. Nechť L_a je jazyk všech těch slov, která obsahují více a než b , a L_b je jazyk všech těch slov, která obsahují více b než a , tedy

$$L_a = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a > |w|_b\},$$
$$L_b = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w|_b > |w|_a\}.$$

Popište slovně jaký jazyk vznikne zřetězením $L_a \cdot L_b$?

11* Jazyk L obsahuje 6 slov a jazyk K obsahuje 7 slov. Kolik nejméně slov obsahuje zřetězení $L \cdot K$?